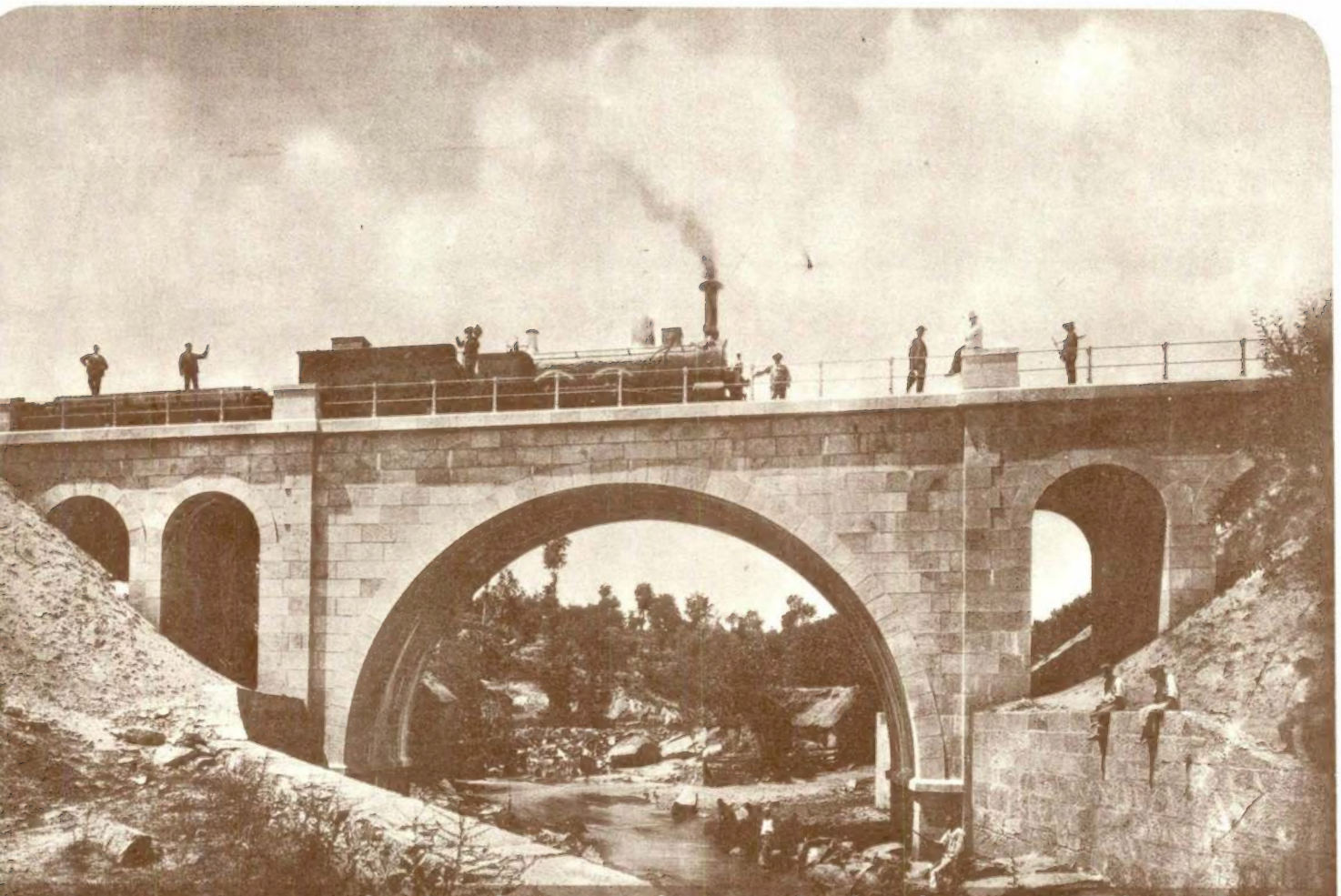
técnica



392

associação dos estudantes do instituto superior técnico

novembro 1969

revista de engenharia

VARÕES DE AÇO DE ALTA RESISTÊNCIA PARA BETÃO ARMADO TIPO A. 40 («Heliaço» e «SNT 40»)

TENSÕES DE SEGURANÇA

Ra = 2400 kg/cm²
e
Ra = 4000 kg/cm² (SISMOS)

Literatura e Tabelas de Cálculo fornecidas gratuitamente

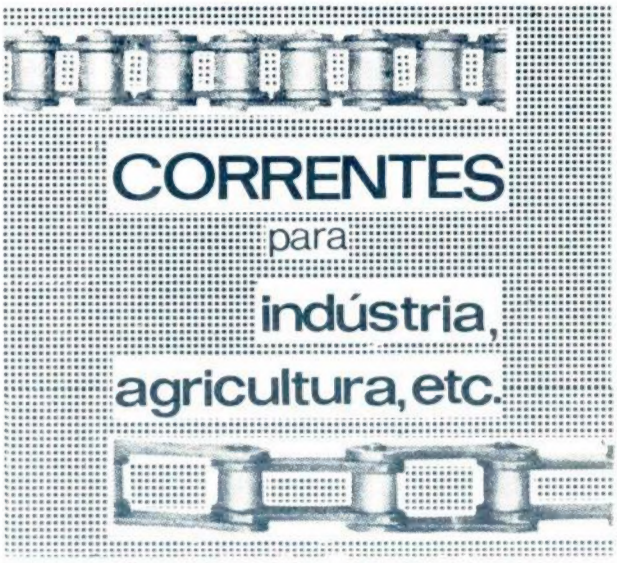
HELIAÇO, LDA.

R. DE S. JULIÃO, 41, 4.º D. — LISBOA

Tel.: 36 78 17 - 32 37 06 - 36 94 77

REGINA-EXTRA

REX-REGINA



AUTO-LUSITANIA

ALFREDO DUARTE, L.da

AVENIDA DA LIBERDADE, 73-77
LISBOA

UNIÃO ELÉCTRICA PORTUGUESA

S. A. R. L.

SEDE

Rua de Alexandre Herculano, 244 — PORTO

TELEFONES: 2 76 76 / 77 / 78 / 79 — Est. 90

DELEGAÇÃO

Rua Rosa Araújo, 35 — LISBOA

TEL.: 73 11 81/82/83/84/85/86 - 73 33 33 - 48 49 1

●

ELECTRICIDADE DO LINDOSO E DAS CENTRAIS DO FREIXO E DA CACHOFARRA

●

A **UNIÃO ELÉCTRICA PORTUGUESA** distribui, pela mais extensa rede de alta tensão em Portugal (cerca de 2 500 km), energia eléctrica em 70 concelhos, nos distritos de VIANA DO CASTELO, BRAGA, PORTO, AVEIRO, COIMBRA, VISEU, LEIRIA, SETÚBAL e ÉVORA.

CIMENTO SECIL

Fábrica:

Outão — Setúbal

Telef. 228824/5

Escritório:

R. do Comércio, 56-3.º

LISBOA 2

Telef. 328201/2/3

técnica

NÚMERO 392 NOVEMBRO DE 1969 ANO XLIV VOLUME XXXII PUBLICAÇÃO MENSAL

Director

João Soares Alves

Administrador

Silvério de Sousa Mendes

Secretário

Rui Coutinho Torrinha

Chefe de Redacção

Vladimiro de Oliveira

Redactores

Alvaro Manuel Cortez
Francisco Toco Emílio
Henrique Nunes Garcia
Maria Manuela Mota

Assinaturas

		5 N.os	10 N.os
Continente e Ilhas	—	70$00	130$00
Ultramar, Brasil e Espanha	—	80$00	140$00
Estrangeiro	—	90$00	150$00

Número avulso — 20$00

Não se publica em Agosto e Setembro.

Os artigos assinados são da exclusiva responsabilidade dos seus autores.

Composto e impresso na Tipografia Jorge Fernandes, Lda. — Rua da Cruz dos Poiais 103 — Lisboa

SUMÁRIO

59 *ALEXANDRE CERVEIRA* — **Geração de números aleatórios em computadores.**
Generation of numbers in computers.

71 *FERRY BORGES, ARTUR RAVARA* — **Seismic design of traditional and prefabricated reinforced concrete buildings.**
Dimensionamento de estruturas de edifícios sob a acção de sismos.

83 *ASSIS MARTINS* — **Nota sobre a ponte de Wheatstone em corrente alternada.**
Note on the Wheatstone bridge in alternated current.

87 *MORBEY FERREIRA* — **Aspectos dum plano de transportes.**
Aspects of the transportation plan.

96 **Do Mundo Técnico.**
Evolução da técnica de excitação nas máquinas síncronas — Novo aparelho para soldadura por arco eléctrico — Comboio movido por turbina a gás — Fabrico de rolamentos para cargas muito elevadas.

99 **Philips Research Exhibition**

86 **Notas informativas.**
Elementos sobre a produção e o consumo de energia na rede eléctrica nacional.

107 **Bibliografia**

CAPA: Caminho de Ferro do Douro — Inauguração da ponte sobre o Souza, entre Paredes e Penafiel, em 1875.

ÍNDICE ALFABÉTICO DOS ANUNCIANTES

	Pág.
A. Johnson & Co (Portugal), Ltd.	XXX
Aguiar & Melo	XXIX
Asea Eléctrica	V e XXXI
Auto-Lusitânia	2.ª da capa
Cimento Secil	2.ª da capa
Cometna	XXII
Companhia de Cimentos Brancos	VI
Construções Técnicas	XVII
Construções Schréder	XX
Dial	XX
Electrotécnicos Reunidos	XII
Electro-Arco, Lda.	II
Empresa de Cimentos de Leiria	XXXII
Empresa Electro Cerâmica	XXXI
Empresa de Produtos Asfálticos	X
Empresa de Sondagens e Fundações Teixeira Duarte, Lda.	3.ª da capa
Empresa Técnica de Equipamentos Eléctricos	XI
Empresa Ultramarina de Sondagens e Fundações	XVI
Fábrica Portugal	XXVI
Fanafel	XVI
Fundações Franki, Lda.	I
Frapil	XV
Guedes & Almeida, Lda.	VIII e XXXIV
Harker Sumner	XXIV
Heliaço	2.ª da capa
INA	XXXIII
I. S. T.	XXXIV
Isola	XXI
Jayme da Costa, Lda.	XIX
Johann Keller	XXXIV
J. F. Azevedo e Silva	IV
J. Roma	VII
Livros Técnicos	XXV e XXVII
MAGUE	XIII
Mendes de Almeida, S A.R.L.	XXIII
Novobra, Lda.	XXV
Nucleon	V
Orlando Fernandes, Lda.	V, VII e XXV
Prisma	XX
Rotring	XXVIII
Siemens	4.ª da capa
Sociedade Portuguesa Cavan	VI
Somague	XXXIII
Sondagens e Fundações A. Cavaco	II
Sondagens Ródio, Lda.	VII
Sopecate	II
SEPSA	XIV
Standard Eléctrica	IX
Soc. Ind. Metalúrgica	XXXIII
União Eléctrica Portuguesa	2.ª da capa
Wild Portugal, Lda.	III

HOTEL DO GOLFE - PENINA - ALGARVE

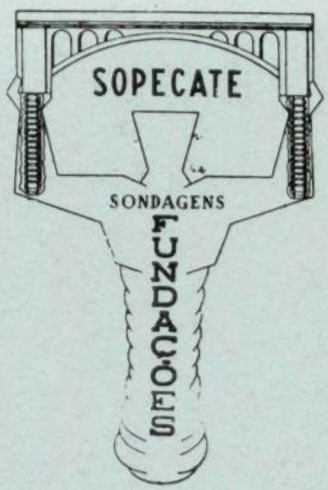
Assente sobre Estacas FRANKI

FUNDAÇÕES FRANKI L.DA

RUA BRAAMCAMP, 13-3.º — LISBOA 1 — TEL. P. P. C. 53 41 12/3/4 — ENDEREÇO TELEGRÁFICO: FRANKI — LISBOA

PRÉDIO SANTOS GIL, 6.º ANDAR — SALA 10 — TEL. 9 11 67 — CAIXA POSTAL 1397

ENDEREÇO TELEGRÁFICO: FRANKI—LOURENÇO MARQUES



sopecate

sondagens - fundações

ESCRITÓRIO: RUA DO ARSENAL 146 2.º TELEFONES 3 40 10 - 32 02 08 LISBOA

• ESTUDOS, PESQUISAS E CAPTAÇÕES DE ÁGUA

• SONDAGENS

• REBAIXAMENTO DE NÍVEIS AQUÍFEROS

• FUNDAÇÕES

SONDAGENS E FUNDAÇÕES A. CAVACO, LDA.

R. RODRIGO DA FONSECA, 62, R/C ESQ. — LISBOA - 1
- TELEF. 56 11 71/72/73

ELECTRO-ARCO, L.DA

ELÉCTRODOS ✦ POSTOS ✦ ACESSÓRIOS
PARA A SOLDADURA ELÉCTRICA

✱

MATERIAL APROVADO PELOS
LLOYD'S REGISTER OF SHIPPING
BUREAU VERITAS
GERMANISCHER LLOYD

—

LISBOA
Rua Silva Carvalho, 239
Tels. 68 36 49 - 68 48 93

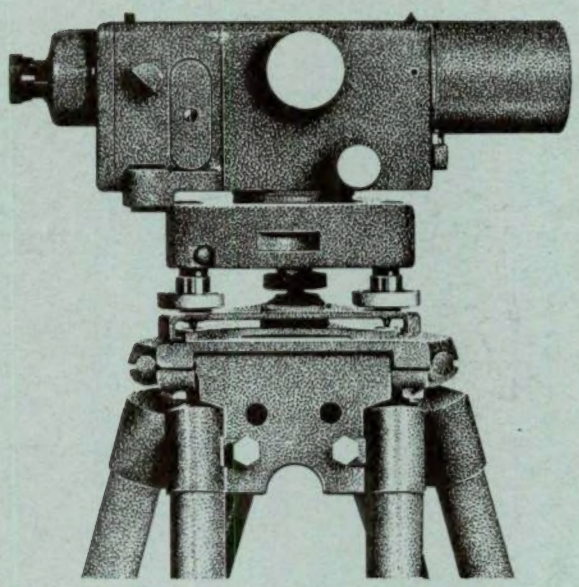
FÁBRICA E LABORATÓRIOS
Venda Nova — Amadora
Tels. 97 06 13 - 97 17 33

PORTO
Rua do Bolhão, 216
Tel. 2 12 77 - 39 44 73

O novo Nível automático de engenheiro

WILD NAK 2

com círculo horizontal



WILD
HEERBRUGG

Para nivelamentos de média e grande precisão; com micrómetro de lâmina de faces plano-paralelas para nivelamentos de grande precisão.

Erro médio para 1 Km de nivelamento duplo: ± 1,5 mm

Erro médio para 1 Km de nivelamento duplo com micrómetro: ± 0,4 mm

Luneta de 30 × de aumento com imagem direita de observação

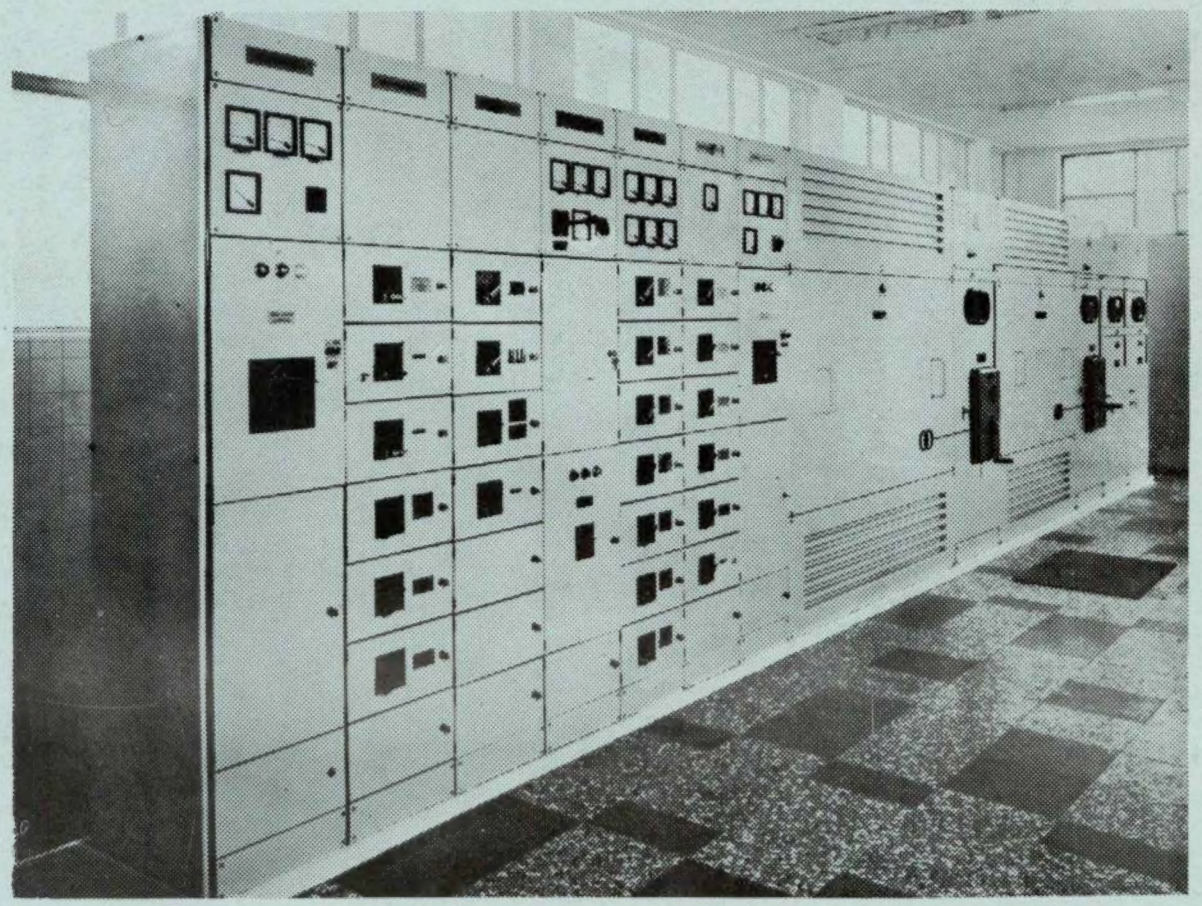
Solicitem catálogo ou demonstração aos representantes exclusivos

WILD PORTUGAL, LDA.

PRAÇA DAS ÁGUAS LIVRES, 8
LISBOA - 2 — TELEFONE 68 91 12

Construiu nas suas oficinas e instalou no

CENTRO DE BIOLOGIA DA FUNDAÇÃO CALOUSTE GULBENKIAN EM OEIRAS



O posto de transformação normalizado e prefabricado tipo «STANDABLOC» com:

- Seccionadores rotativos
- Encravamento mecânico com fechaduras «RONIS»
- Transformadores 10 kV/400/231 ± 5 % de 400 kVA e 250 kVA
- Quadro de baixa tensão incorporado

Executou também todas as instalações eléctricas do edifício

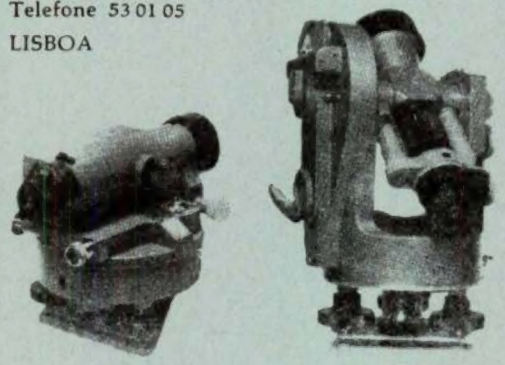
J. F. DE AZEVEDO E SILVA & C.ª, L.DA
Rua S. Francisco de Sales, 2 — Telefone 65 41 65 — Lisboa 1

Miller
Níveis e Teodolitos

Os melhores preços do mercado
Assistência Técnica Garantida

Representante exclusivo:

Nucleon - Equipamentos de Precisão, Lda.
Av. António Augusto de Aguiar, 165, r/c - Dto.
Telefone 53 01 05
LISBOA



IMPERMEABILIZAÇÕES

TORNA TUDO ESTANQUE

RUBIO

FLUIDO MASTIC

Impermeabilização e vedação perfeita de:
Terraços, Empenas, Algerozes, Claraboias, Paredes húmidas, Coberturas, Fendas, Juntas de dilatação, etc. etc.
Fácil aplicação — Elasticidade excepcional
Não endurece nem apodrece

ROOFATEX À BASE DE Borracha + Alumínio

Reforça a acção impermeabilizante do «Rubio», dando às construções um aspecto agradável — Protege todos os materiais contra a humidade, a ferrugem e a corrosão.

RUBIO E ROOFATEX
DOIS PRODUTOS QUE SE COMPLETAM

DEPOSITÁRIOS: **PILOTO & SANTOS, LDA.**
LARGO DR. ANTÓNIO DE SOUSA MACEDO, 2 — TELEF. 67 88 67 — LISBOA - 2

Representante Exclusivo: ORF Orlando Fernandes

RUA PALMIRA, 46 - A, B, C - LISBOA - 1
TELEFS. 83 01 63 - 84 26 39 - END. TELEG. «ORFER»

MARCA · A.E.6

Uma força criadora no domínio da electricidade

Condensadores
ASEA

Condensadores e baterias de condensadores de alta e baixa tensão, construídos para responder a todos os tipos de compensação de factor de potência.

ASEA ELÉCTRICA LDA.

Estrada do Prior-Velho
Tel. 25111101 (5 linhas)
SACAVÉM
R. do Campo Alegre, 144
Tel. 67239
PORTO

O EMPREGO DO CIMENTO BRANCO...

permite acabamentos mais perfeitos, mais duradouros e muito mais económicos

Estude a vantagem do emprego do

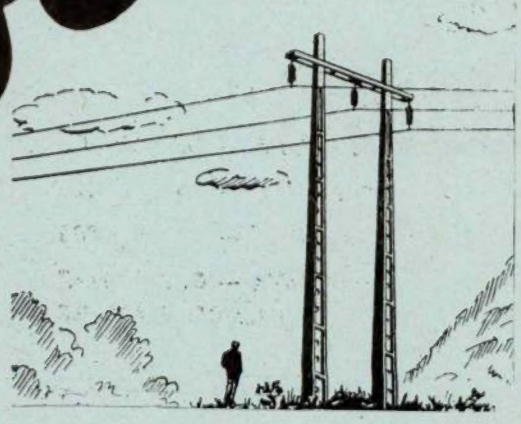
CIMENTO BRANCO LUSO

Consulte os distribuidores gerais

No Sul: **SCIAL** — T. do Corpo Santo, 15 — Telef. 32 73 77 — Lisboa
No Norte: **SCIAL** — R. do Bonjardim, 205 — Telef. 2 5779 — Porto

POSTES DE BETÃO PARA LINHAS ELÉCTRICAS
MOSAICOS E AZULEJOS
COLUNAS PARA ILUMINAÇÃO PÚBLICA
MANILHAS PARA ESGOTOS

SOCIEDADE PORTUGUESA **Carvam**



RUA D. ESTEFÂNIA, 94-A-LISBOA-1-TELEF. 47812-50129

• SOLDADURA ELÉCTRICA

• MATERIAL DE PROTECÇÃO

Aparelhagem de medidas eléctricas

+ indicadora
+ reguladora
+ registadora

J. ROMA, L.DA

P. da Figueira, 12, 1.º — LISBOA Tel. 865151

P. do Município, 309-6.º S 3 — PORTO Tel. 0236732

IMPERMEABILIZANTES E ADITIVOS PARA CIMENTO

'PUDLO'

KERNER GREENWOOD & CO., LTD.
KING'S LINN, ENGLAND

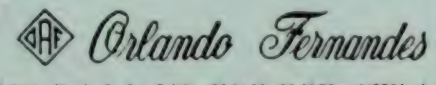
PRODUTOS DA GAMA «PUDLO»:
Impermeabilizante líquido • Impermeabilizante em pó
Impermeabilizante incolor
Acelerador de presa • Tintas impermeabilizantes
Plastificante de argamassas • Endurecedores
Ligante para cimento • Cimento refractário «FEUSOL», etc.

DEPOSITÁRIO GERAL:

PILOTO & SANTOS, LDA.

LARGO DR. ANTÓNIO SOUSA MACEDO, 2
TELEFONE 678867 LISBOA-2

Representante exclusivo em Portugal



RUA PALMIRA (aos Anjos), 46, A, B, C - Telefs. 830163-834879 - LISBOA-1

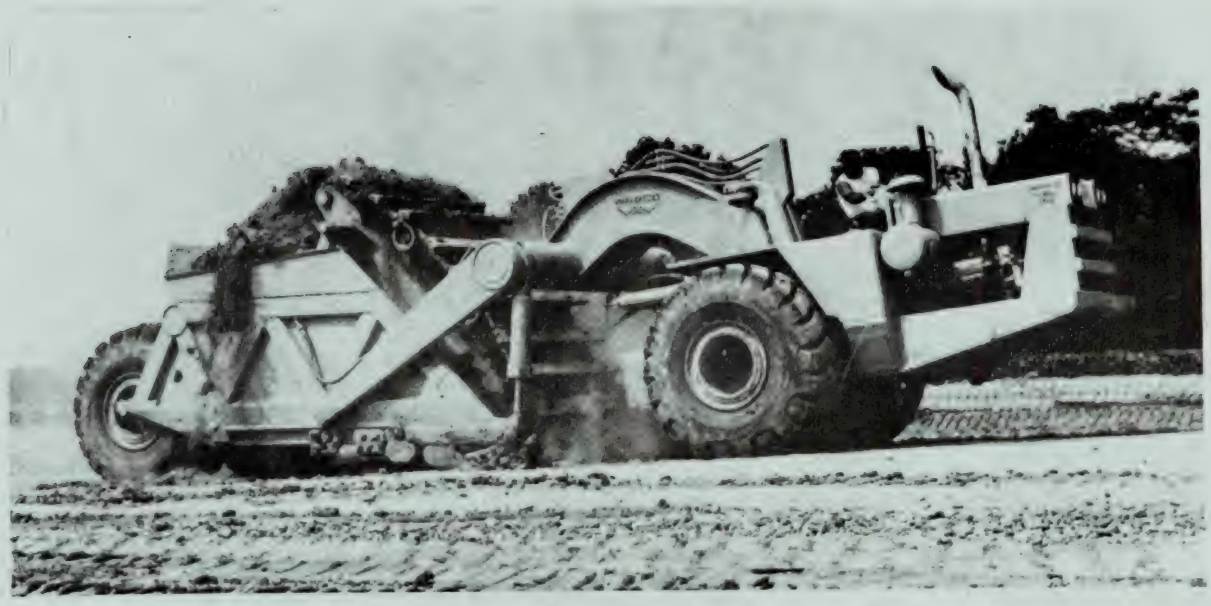
WABCO
WESTINGHOUSE
AIR BRAKE COMPANY
CONSTRUCTION EQUIPMENT DIVISION
PEORIA, ILLINOIS 61601

MOTO-SCRAPERS AUTO-CARREGADORES

CAPACIDADE DE 11, 21 E 31 JARDAS CÚBICAS

NÃO NECESSITA DE TRACTOR PARA EMPURRE!
UMA SÓ MÁQUINA... UM SÓ OPERADOR...

Escarifica... Carrega... Transporta... Descarrega... Em terrenos de toda a natureza!



DISTRIBUIDOR EXCLUSIVO

GUEDES & ALMEIDA LDA.

Rua Áurea, 181-2.º — LISBOA-2 — TELEFS. 32 50 80 e 32 78 45

A STANDARD ELÉCTRICA PROJECTA-SE NO MUNDO

Na vanguarda da indústria das Telecomunicações e Electrónica, a Standard Eléctrica, dimensionada ao âmbito mundial, ocupa uma prestigiosa posição nos mercados estrangeiros. A eficiência de uma administração actualizada, a capacidade técnica dos seus engenheiros e o profissionalismo com que todos os empregados encaram as suas responsabilidades, são valores reais e positivos que, de maneira decisiva, contribuem para o engrandecimento da Standard Eléctrica e da indústria nacional. Associada da International Telephone and Telegraph Corporation, um conjunto mundial com cerca de 200 fábricas localizadas em mais de 60 países, a Standard Eléctrica fabrica numerosos produtos, desde os minúsculos transistores e circuitos integrados às grandes centrais telefónicas de serviço público, que são exportados para mais de 30 países entre os quais se destacam: Inglaterra, França, Alemanha, Espanha, Suécia, África do Sul, Brasil e Estados Unidos da América do Norte.

Standard Eléctrica

ITT

FRIO CALOR

Celulite

O material mais usado no isolamento térmico das construções

SETH, LDA. · Rua Filipe Folque, 10-1.º · Lisboa · Tel. 53 01 56

PARA COLAGEM DE TACOS DE MADEIRA USE:

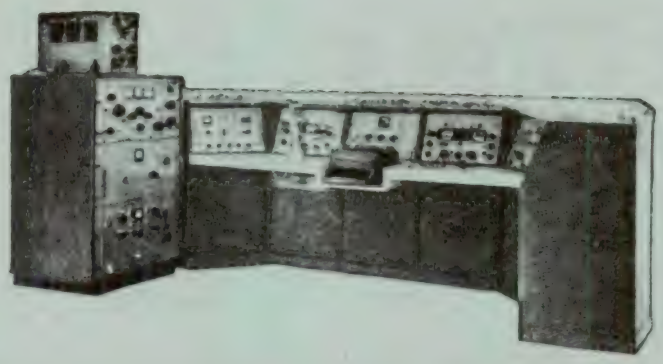
EMPRESA DE PRODUTOS ASFÁLTICOS
IMEPA
IMPERMEABILIZADOR

EMPRESA DE PRODUTOS ASFÁLTICOS
BRANQUEPA
COLAS BRANCAS

Também próprio para: impermeabilizar terrenos, paredes, fundações, etc.

FÁBRICA EM SACAVÉM

RUA FILIPE FOLQUE-10 1º— LISBOA
TEL. FF. 53 01 56 —TELEG. EPALDA-LISBOA



Comunicações

equipamentos
e sistemas completos

- Cuidadosamente projectados
- Amplamente experimentados
- Completamente integrados

THE TECHNICAL MATERIEL CORPORATION

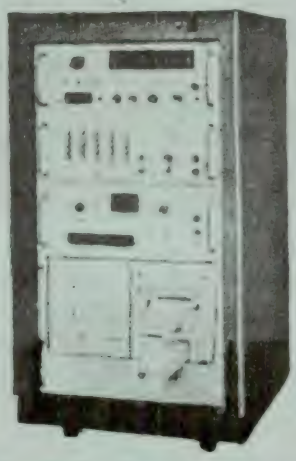
HEWLETT hp PACKARD

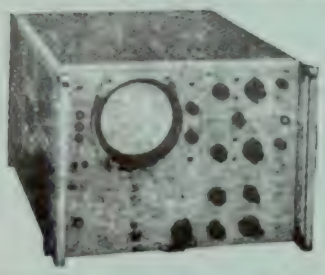
aparelhagem electrónica de medida e registo

Osciloscópios, Oscilógrafos, Voltímetros electrónicos, Geradores de sinal, Contadores electrónicos, Registadores digitais, Fontes de alimentação

Registador Sanborn

Registador digital Dymec





Osciloscópio HP

Contador Electrónico HP

TELECTRA EMPRESA TECNICA DE EQUIPAMENTOS ELECTRICOS, S.A.R.L.

CONTROLE INDUSTRIAL

Mas com aparelhagem de Controle Industrial que dá informações precisas sobre as condições do processo em curso e corrige automàticamente os desvios às condições ideais.

O industrial português conquistará o seu lugar no Mercado Mundial se não esquecer que a luta com a concorrência começa a ser ganha durante a produção.

A realização do controle durante o processo, além de dar ao industrial garantias de boa produção, dá ao Comprador a certeza da boa qualidade dos produtos que compra.

FISHER Controls · CROUZET · TAYLOR · SAUTER · ENRAF

ELECTROTÉCNICOS REUNIDOS, LDA.
AV. DUQUE D'AVILA, 66, 3.º TELEF 41161/5

TÉCNICA

NUMERO 392 NOVEMBRO DE 1969 ANO XLIV VOLUME XXXII PUBLICAÇÃO MENSAL

C. D. U. 681.14:519.2

GERAÇÃO DE NÚMEROS ALEATÓRIOS EM COMPUTADORES

Por ALEXANDRE G. CERVEIRA
Assistente do C.E.E. da C.E.E.N. do I.A.C.
Assistente do I. S. T.

RESUMO

Apresentam-se as bases de funcionamento de um gerador de números aleatórios e os testes efectuados no sentido de avaliar as suas caracteristicas. Uma das caracteristicas mais importantes é a de gerar sequências aperiódicas com pelo menos 16 000 valores.

SYNOPSIS

It presents the working principles of a random number generator as well as the tests made in ordem to evaluate its characteristics. A main characteristic of this generator is its ability of generating aperiodic sequences as long as at least 16 000 numbers.

1. INTRODUÇÃO

A utilização de números aleatórios tem vindo a aumentar nos problemas de engenharia, facto ao qual não é estranho a divulgação cada vez maior dos computadores. A geração dos chamados números aleatórios, em computadores, com uma distribuição préfixada tem sido objecto de várias realizações e a que aqui se apresenta é mais uma que procura tirar partido do funcionamento aritmético da máquina IBM 1620 bem como a obtenção de uma sequência com grande número de valores aproveitáveis.

As sequências (séries de tempo) geradas por métodos aritméticos, em computadores

$$U_1, U_2, U_3, U_4, \ldots . U_i, \ldots$$

são pseudo-aleatórias, pois apresentam, dado o determinismo das operações aritméticas, um período T, eventualmente após uma zona inicial aperiódica de L valores

$$U_{i+T} = U_i \quad \text{para } i > L$$

Quer dizer que para $i > L + T$ a sequência se encontra dentro de um ciclo repetitivo. Notar que L pode ser igual a zero, caso em que toda a sequência é periódica.

Como para os ensaios estatísticos se pretende recolher um conjunto de valores aleatórios (amostra), ao utilizar valores gerados num computador a dimensão da amostra deve ser pequena comparada com o valor (L + T) acima referido. As aplicações condicionam os geradores a utilizar ainda que seja só no que se refere a (L + T) que é o número de valores aproveitáveis da sequência.

Nos problemas que deram origem à presente realização as amostras têm dimensão da ordem do milhar. Uma realização simples encontrada na literatura[2], que passaremos a designar por gerador A_1, tem um período de 500, $L = 0$ e portanto não serve. Aqui apresenta-se uma realização, a designar por gerador A_2, que é, nem mais nem menos, que uma complicação adequada do gerador A_1, no sentido de obter um valor (L + T) substancialmente maior que 500. Começaremos por apresentar, sumàriamente o funda-

mento do gerador A_1, passando depois ao gerador A_2 em relação ao qual se indicará um programa, em Fortran, para a sua realização.

Como nada nos garante que o gerador A_2 gere uma série de tempo com as características estatísticas desejáveis, há necessidade de proceder a ensaios que nos dêem um certo *grau de confiança* àcerca das seguintes propriedades estatísticas da série de tempo obtida com o gerador A_2:

— O valor U_i deve ser estatìsticamente independente de qualquer outro U_j com $j \neq i$;

— Os valores U_i devem ser uniformemente distribuídos num dado intervalo.

Além das características acima referidas há que considerar a magnitude de $(L + T)$. A completar este artigo teremos, portanto, a descrição dos vários ensaios e dos respectivos resultados, a partir dos quais se pode inferir a excelência do gerador A_2.

O autor deseja expressar ainda o seu agradecimento à Companhia IBM Portuguesa e às pessoas do seu serviço de cálculo científico pelas facilidades concedidas, em especial, de utilização do computador IBM 1620.

2. BASES DE FUNCIONAMENTO

O método dos *resíduos de potências* [1] [2] é dos métodos mais frequentes na geração de números aleatórios por meio de computadores. Neste método dados dois números inteiros x e m, a sequência de valores gerados

$$U_1, U_2, U_3, U_4, \ldots, U_i, \ldots$$

são valores $0 \leqslant U_i < m$ obedecendo à relação para $i \geqslant 1$

$$x^i \equiv U_i \pmod{m}$$

ou dado $U_1 = x$ que obedecem à fórmula de recorrência para $i \geqslant 2$

$$x\, U_{i-1} \equiv U_i \pmod{m}$$

A dimensão da parte aperiódica L e do período T depende do par de valores (x,m.). Se m for um número primo ímpar p e x uma *raiz primitiva* de p, então $L = 0$ e o período de repetição da sequência gerada por (x,m) é máximo e igual à *ordem de* x *módulo* m. Este caso óptimo deduzido da teoria dos números não é fácil de programar, nem é rápido de executar num computador pelo que normalmente não se utiliza.

É frequente nos computadores recorrer a um caso subóptimo que se resume a tomar m igual à magnitude da palavra do computador e a escolher um valor de x que assegure um período T suficientemente longo. O facto de se escolher m igual à palavra do computador permite uma programação fácil e uma execução rápida do cálculo dos resíduos módulo m.

Assim [2] num computador com representação interna decimal e em que a magnitude da palavra é igual a 10^d, se se escolher x entre o conjunto $\pm(3, 11, 13, 19, 21, 27, 29, 37, 53, 59, 61, 67, 69, 77, 83, 91)$ (mod 200) a sequência obtida tem $L = 0$ e $T = 5 \cdot 10^{d-2}$. Para computadores com representação interna binária a teoria dos números fornece também quais os valores de x e qual o período a verificar na sequência.

Podemos ainda multiplicar (mod m) toda a sequência por um número U_0 sendo agora

$$U_i \equiv x\, U_{i-1} \pmod{m}$$

para $i \geqslant 1$. Se U_0 for primo com m, então o período T não se altera; no caso de um computador com representação interna decimal basta que U_0 não seja nem divisível por 2 nem por 5.

No computador IBM 1620 a representação interna é decimal e a magnitude da palavra é $m = 10000 = 10^4$. Por se ter $d = 4$, o período da sequência é de $5\ 10^2 = 500$ o qual, como já se afirmou, é inconveniente para as aplicações que temos em mente.

Do que foi dito se conclui que existem vários valores de x, todos eles, em princípio, utilizáveis na geração de sequências pseudo-aleatórias de números. Como na literatura se recomenda que os valores de x sejam tanto quanto possível na vizinhança de $\sqrt{m}$ [2] e no caso que nos interessa do computador IBM 1620 se tem $d = 4$, então, um conjunto possível desses valores de x, a designar por multiplicadores, é

91, 109, 83, 117, 77, 123, 69, 131, ...

A ideia fundamental utilizada no gerador aqui proposto é variar o valor de x ao longo da sequência, o que não é inédito[1]. Consideremos

que no gerador A_2 se vão utilizar vários multiplicadores x_{ji}, mas ainda uma fórmula de recorrência idêntica, baseada na multiplicação módulo m,

$$U_i \equiv x_{ji} U_{i-1} \pmod m$$

em que continuamos a fazer m igual à magnitude da palavra do computador pelas razões já indicadas e em que x_{ji} é escolhido para cada elemento da sequência de uma forma mais ou menos casual. Especificando um pouco mais, no processo de geração de cada valor U_i existe um conjunto ordenado de multiplicadores

$$X_i = (x_{0i}, x_{1i}, x_{2i}, \ldots, x_{9i})$$

do qual se escolhe um de acordo com o 1.º algarismo (algarismo dos milhares) do precedente valor da sequência: U_{i-1}. A escolha do multiplicador baseia-se sobre a própria sequência no sentido de ser tanto quanto possível casual.

Uma outra ideia posta em prática neste gerador é a de permitir que o conjunto X_i dos multiplicadores seja modificável ao longo da sequência e mais ou menos ao acaso. Neste sentido convenciona-se que cada multiplicador é utilizado um certo número de vezes, após o que é substituído. Um conjunto ordenado de 10 números inteiros e positivos, a que chamaremos N_i,

$$N_i = (n_{0i}, n_{1i}, n_{2i}, \ldots, n_{9i})$$

indica o número de vezes que cada um dos multiplicadores de X_i é ainda utilizado. Portanto, quando o multiplicador utilizado para gerar U_i for x_{ki} sabemos que se subtrai uma unidade a $n_{k(i-1)}$ na passagem do conjunto N_{i-1} para o conjunto N_i. Sempre que pelo mecanismo apresentado um dos valores de N_i se anula, há dois factos importantes: a) o multiplicador respectivo é substituído; b) o elemento de N_i que seria igual a zero é redefinido de uma forma mais ou menos casual e passa a ser o número de vezes que o novo multiplicador é ainda utilizado.

A substituição de multiplicadores tem de ser de certo modo cíclica, pois não se dispõe de uma fonte inesgotável. Por esta razão, utilizam-se ao todo no gerador A_2 16 multiplicadores: 10 em X_i e 6 numa espécie de linha de espera, a indicar pelo conjunto ordenado Q_i

$$Q_i = (q_{0i}, q_{1i}, q_{2i}, q_{3i}, q_{4i}, q_{5i})$$

a partir do qual se fazem as substituições. Ao se processar uma substituição de um multiplicador em X_i, q_{0i} é o multiplicador substituto, os elementos restantes de Q_i deslocam-se para a esquerda de uma unidade e o multiplicador substituído passa a fazer parte de Q_{i+1} como elemento $q_{5(i+1)}$.

Em conclusão, é a substituição de um multiplicador que origina a modificação dos conjuntos X_i e Q_i. Estes conjuntos variam ao longo da sequência gerada a um ritmo de certo modo casual e inferior ao de geração dos valores U_i.

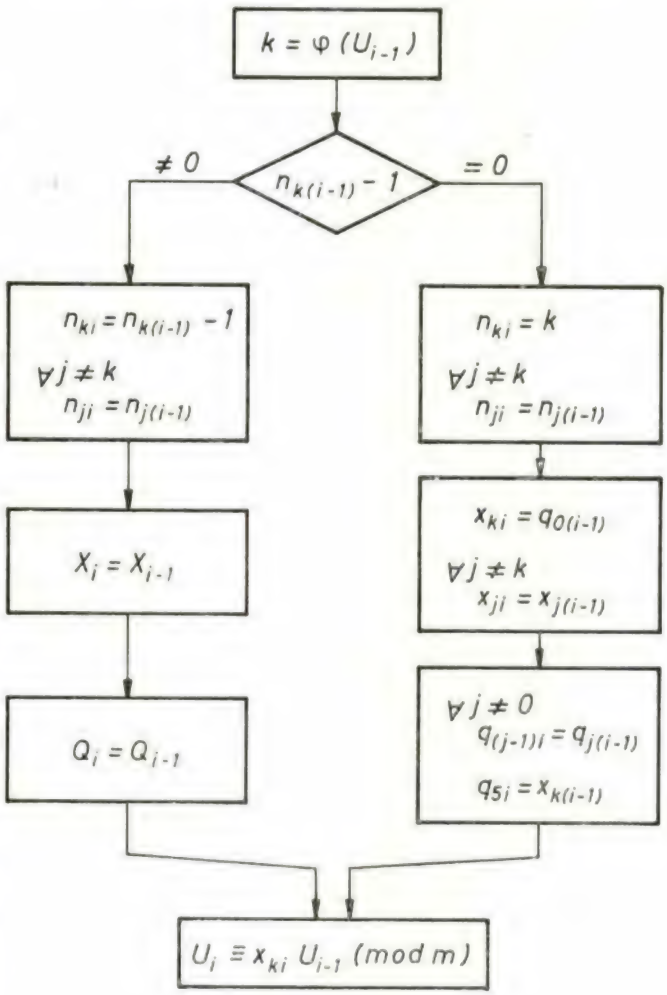


Fig. 1

Resumindo o gerador A_2 baseia-se sobre a evolução conjunta de 4 entidades interligadas: os valores U_i e os conjuntos ordenados X_i, Q_i e N_i:

$$U_1, U_2, U_3, \ldots, U_i, \ldots$$
$$X_1, X_2, X_3, \ldots, X_i, \ldots$$
$$Q_1, Q_2, Q_3, \ldots, Q_i, \ldots$$
$$N_1, N_2, N_3, \ldots, N_i, \ldots$$

Um gerador, como A_2, necessita para condições iniciais de bastantes mais valores do que o gerador A_1 e, portanto, apresenta muito mais possibilidades por alteração dos seus 27 valores iniciais: U_1, x_{01}, x_{11}, . . . , x_{91}, q_{01}, q_{11}, q_{21}, q_{31}, q_{41}, q_{51}, n_{01}, n_{11}, . . . , n_{91}.

Esquemàticamente indica-se na Fig. 1 um diagrama das operações de funcionamento do gerador A_2, a partir do qual se procedeu à programação, em linguagem Fortran. O programa indicado na Fig. 2 refere-se a um dos ensaios, a discutir posteriormente, e nele as instruções específicas do gerador A_2 encontram-se na parte delimitada.

3. ENSAIOS

Os ensaios efectuados referem-se ou a um dos seguintes aspectos ou a ambos:

— Às relações estatísticas entre quaisquer valores da sequência U_i e U_j com $j \neq i$, pois pretende-se que U_i e U_j sejam estatìsticamente independentes;

— À distribuição dos valores da sequência, pois pretende-se que esses valores obedeçam a uma distribuição uniforme de probabilidades.

Dado que a sequência é pseudo-aleatória os ensaios estatísticos e as suas conclusões referir-se-ão, exclusivamente à secção $(L + T)$ da sequência de valores.

3.1 — Avaliação da dimensão de (L + T)

Para averiguar em que medida se pode utilizar este gerador A_2 para e obtenção de números aleatórios em estudos de amostragem estatística ou em estudos pelo método de Monte Carlo e de decidir qual a dimensão da sequência sobre a qual se poderão fazer tais estudos, procedeu-se a um ensaio que incidiu sobre a dimensão de $(L + T)$ da sequência.

O programa utilizado é o da Fig. 2 que tem em vista estabelecer o valor de $(L + T)$ ou pelo menos um limite inferior que seja adequado às aplicações em mente, para o gerador A_2.

Como a Fig. 2 contém não só o programa, mas também os resultados, da sua análise se conclui

```
PDQ FORTRAN C:
START
-7200      DIMENSION S(10),J(10)
-7300      ON = 1.
-7612      R = 2357
-7648      K = 1
-7660      READ 99,AM,BM,CM,DM,EM,FM
-7708      DO 2 L=1,10
-7756      READ 99,U(L)
-7804    2 READ 98,J(L)
-7852  101 J(K) = J(K)-1
-7972      IF(J(K)) 1,1,100
-7052    1 J(K) = K
-7060      S1 = U(K)
-7124      U(K) = AM
-7160      AM=BM
-7172      BM=CM
-7184      CM=DM
-7196      DM=EM
-7208      EM=FM
-7220      FM=S1
-7232  100 R=R*U(K)
-7292      K = R
-7328      R = K
-7364      K = K/1000 + 1
-7412      ON=ON + 1.
-7448      IF(SENSE SWITCH 1) 13,15
-7468   13 PUNCH 97,ON
-7492   15 IF (R-2357.) 101,14,101
-7560   14 PRINT 97,ON
-7584      GO TO 101
-7592   98 FORMAT(F5.1,F5.1,F5.1,F5.1,F5.1,F5.1)
-7640   99 FORMAT(14)
-7652   97 FORMAT(4H NO=,E16.7)
-7700      END
10990 SIN
10990 SINF
PROCESSING COMPLETE
START
LOAD SUBROUTINES
PDQ FIXED FMT SUBROUTNS 11/63
LOAD DATA
 NO= .51590000E 04
 NO= .55550000E 04
 NO= .16345000E 05
```

Fig. 2

que o valor inicial $U_0 = 2357$ nos aparece na sequência U_i novamente para $i = 5159$, $i = 5555$ e $i = 16345$. Logo $(L + T)$ tem como limite inferior 16345 e para amostras da ordem de 1000 o gerador A_2 é adequado. Por este facto não se prosseguiu até obter o valor de $(L + T)$ por ser desnecessário. O que é necessário é averiguar nesta parte da sequência se as restantes propriedades estatísticas são satisfeitas, sem o que o gerador A_2 não tem qualquer utilidade.

3.2 — Cadeias de transição monótona

Se designarmos por *cadeia de transição monótona* (em inglês «runs») todo o conjunto de transições consecutivas no mesmo sentido: crescente ou decrescente, então, a análise de uma sequência no sentido de verificar a existência de dependências estatísticas pode ser feita a partir destas cadeias de transição monótona. Estas evidenciam, através da sua ocorrência estatística, interdependências que tendem a originar cadeias muito longas ou um número muito pequeno de cadeias.

3.2.1

Começaremos por analisar o número total de cadeias de transição monótona num teste de

hipóteses que se baseia numa sequência de n valores e em que se confrontam as hipóteses:

H_0 — independência estatística;
H_1 — reduzido número de cadeias devido às dependências entre valores da sequência.

Na hipótese H_0 e para sequências com mais de 25 valores a distribuição da variável aleatória R, número de cadeias de transição monótona, é aproximadamente normal com valor médio e variância, respectivamente iguais a [3]

$$\mu_R = \frac{2n-1}{3}$$

$$\sigma_R^2 = \frac{16n-29}{90}$$

A sequência gerada por A_2 e apresentada na Fig. 3 (em que foi inscrita por linhas) tem $n = 200$ valores. A variável aleatória R pode considerar-se normal com $\mu_R = 133$ e $\sigma_R = 5{,}94$. O intervalo de rejeição da hipótese H_0, $I_1(R)$, para uma *dimensão de teste*

$$\alpha = P\{d_1 \mid H_0\} = 0{,}10$$

é dado por

$$I_1(R) = (\mu_R + 1{,}282\ \sigma_R\ ;\ +\infty) = (140{,}6\ ;\ +\infty)$$

O número de cadeias de transição monótona na sequência de valores da Fig. 3 é $R = 133 \sim\varepsilon\ I_1(R)$ *; como este valor está fora do intervalo de rejeição, este ensaio não permite rejeitar a hipótese H_0 que afirma a independência entre valores da sequência. Mais precisamente, não permite afirmar que, na sequência analisada, a interdependência entre valores origine um número demasiado pequeno de cadeias.

3.2.2

Para averiguar da independência entre valores da sequência gerada por A_2 pode recorrer-se ainda a um teste de hipóteses baseado sobre a variável aleatória S, definida como a dimensão da maior cadeia de transição monótona. Consideremos, pois, uma sequência de n valores e as hipóteses

* — $\sim\varepsilon$ tem neste artigo o significado de «não pertence».

```
LOAD SUBROUTINES
POS FIXED FOR SUBROUTNS 11/83
LOAD DATA        3777      3059      4953      1301
     2301       933      7997      1793      2813
     3479      3093      7231      8939      3767
     2379      3237      9211      4017      9309
     8423      6419      9671      1637       817
     5589      8599      5747      2977      7091
     9279      4013      9001      3147      1967
     3413      8193      4229      5633      2603
     6049      9341      3127       747      7857
     2133      7039      5691      7881      9363
     6361      3349      4289       253      3649
     5291      1481      5859      3169      6971
     9639      6333       297      9899      5153
     6923      2919      2277      1057      3669
     6471      5339      5849      3581      1279
     9643      7521      5083       727      5237
     1353      2533      7153      9819      5927
     8963      5039      7691      5993      3517
     1911      6571      6239      7221      8163
     3699      7017      3091      6553       867
     8897      1541      3247      9501      3633
     5061      3967      4139      8703      3477
     6809      6451      6669      9771      9543
     9219      6127      1653       751      1859
     3529      2893      7913      3299      1239
     2309      1647      3643      2223      4509
     8977      9643      2519      9077      7241
      643      8513      2267      1869       341
     9897      6301      5839      8333      1647
     2227      9209      4797      4241      4773
     2969      8923      6457      5867      2449
     8575      5807      3629      1369      3029
     4769      2757      2289      6253      9143
     6019      8489       851      2759      8997
      323      4893      7617      8763      7017
     5363      8361       187      1879      4603
     3127       843      4879      2851      6633
     8923      7941      9859      7577      3203
     9127      2621      7543      8477      7959
     6301      5451      8357      9919        37
     1969
```

Fig. 3

H_0 — independência estatística;
H_1 — dependência entre valores da sequência originando cadeias de transição monótona com dimensões exageradas.

Seja A_s o acontecimento de obter, pelo menos uma vez, cadeias de transição monótona com dimensão maior ou igual a s. Na literatura [3] demonstra-se que a probabilidade condicionada por H_0 de A_s é limitada superiormente pelo valor da expressão

$$\frac{2 + 2\,(n-s)\,(s+1)}{(s+2)!}$$

que é uma boa aproximação quando

$$P(A_s \mid H_0) \leqslant 0{,}10.$$

Para construir o intervalo de rejeição da hipótese H_0, dado que a distribuição é discreta, convém calcular a *dimensão do teste* para alguns valores. Para $s = 6$

$$\alpha = P\{d_1 \mid H_0\} = P\{A_6 \mid H_0\} \leqslant 0{,}066$$

então sabemos que para α da ordem dos 5 % se tem um intervalo de rejeição

$$I_1(S) = [\,6\,;+\infty)$$

Como, na sequência obtida com o gerador A_2 e apresentada na Fig. 3, a maior cadeia de transição monótona tem dimensão $S = 5 \sim \varepsilon\, I_1(S)$, conclui-se que este teste não traz evidência para a rejeição da hipótese H_0 de independência entre valores da sequência gerada por A_2.

3.2.3

Ainda em relação com as cadeias de transição monótona, se for i a dimensão da cadeia, podemos comparar os valores expectáveis do número de cadeias R_i dada a hipótese H_0, com o número r_i de cadeias efectivamente obtidas com o gerador A_2 e para $n = 200$ (Fig. 3). Esta comparação está patente na Tabela I, não se notando qualquer discrepância acentuada entre os valores teóricos e os valores obtidos com o gerador A_2, pelo que não recorremos a uma análise estatística mais elaborada. Destes três últimos ensaios se conclui que a análise das cadeias de transição monótona não evidencia qualquer prova estatística contra a independência estatística entre valores.

TABELA I

Dimensão i	Valor expectável $E(R_i \mid H_0)$	Valor obtido r_i
1	83,42	80
2	36,43	42
3	10,43	10
4	2,26	0
5	0,40	1

3.3 — Distribuição uniforme da probabilidade

Nos testes sobre a uniformidade da distribuição pretende-se verificar se os valores obtidos apoiam ou rejeitam a hipótese de provirem de uma distribuição uniforme de probabilidade no intervalo $[\,0\,;10^4)$.

3.3.1

O primeiro teste baseia-se sobre a máxima verosimilhança das distribuições multinomiais [6] e utiliza uma classificação por intervalos. Se utilizarmos 20 intervalos iguais, então o intervalo de ordem i refere-se aos valores y: $(i-1)\,.\,500 \leqslant y < i\,.\,500$. Designando por n_i o número de valores da sequência que pertencem ao intervalo de ordem i pode-se construir a Tabela II com base na sequência dos $n = 200$ valores gerada por A_2 e apresentada na Fig. 3.

TABELA II

i	n_i	i	n_i
1	5	11	9
2	10	12	11
3	7	13	13
4	12	14	6
5	10	15	8
6	12	16	11
7	15	17	9
8	12	18	13
9	6	19	11
10	8	20	12

O teste de hipóteses que se vai fazer baseia-se na Tabela II e tem como hipóteses:

H_0 — os valores da sequência são provenientes de uma distribuição uniforme;
H_1 — a hipótese contrária.

A varável aleatória de controle do teste é [6]

$$W = -2 \ln \Lambda =$$

$$= -2\, n \ln n - \sum_{i=1}^{20} n_i\,(\ln p_{oi} - \ln n_i)$$

que, na condição de se verificar H_0 tem distribuição em χ^2 com 19 graus de liberdade. O intervalo de rejeição para H_0, com a dimensão do teste $\alpha = 0{,}10$ é

$$I_1(W) = (27{,}2\,;\,+\infty)$$

Como o valor obtido para W em face da Tabela II é de $W = 14{,}48 \in I_1(W)$ não se pode, nestas condições, rejeitar a hipótese H_0.

3.3.2

O segundo teste, conhecido por χ^2 de Pearson [5] [6] baseia-se ainda numa distribuição de valores n_i que pode ser a da Tabela II. As hipóteses são as mesmas do teste anterior.

H_0 — os valores gerados provêm de uma distribuição uniforme;
H_1 — a hipótese contrária.

A variável aleatória utilizada neste teste é

$$V = \left(\sum_{i=1}^{20} \frac{n_i^2}{n\,p_{oi}} \right) - n$$

que, no caso de se verificar a hipótese H_0, tem distribuição em χ^2 com 19 graus de liberdade. Para $\alpha = 0{,}10$ o intervalo de rejeição é o mesmo do teste anterior, visto basear-se numa variável com a mesma distribuição:

$$I_1(V) = (27{,}2\,;\,+\infty)$$

O valor obtido para V a partir dos valores da Tabela II é de $V = 13{,}8 \in I_1(V)$; e, portanto, este teste não permite rejeitar H_0.

3.3.3

O terceiro teste é o de Kolmogorov-Smirnov [4] que se baseia numa variável aleatória D, desvio máximo entre a função cumulativa de probabilidade $F_0(.)$, associada à hipótese H_0, e a função cumulativa empírica $F_n(.)$ obtida a partir da sequência gerada por A_2:

$$D = \sup_{x \in R_1} \left| F_n(x) - F_0(x) \right| = \max\,(D^+, D^-)$$

$$D^+ = \sup_{x \in R_1} \left\{ F_n(x) - F_0(x) \right\} = \max_{1 \leqslant i \leqslant n} \left\{ \frac{i}{n} - F_0(X_{(i)}) \right\}$$

$$D^- = \sup_{x \in R_1} \left\{ F_0(x) - F_n(x) \right\} = \max_{1 \leqslant i \leqslant n} \left\{ F_0(X_{(i)}) - \frac{i-1}{n} \right\}$$

sendo $X_{(i)}$ o valor de ordem i quando os n valores da sequência se encontram ordenados por ordem crescente.

Este teste de hipóteses baseia-se sobre os 200 valores da sequência à disposição na Fig. 3 e refere-se às hipóteses:

H_0 — os valores da sequência provêm de distribuição uniforme de probabilidade; isto é, com $F(x) = x$ para $x \in (0\,;1)$;
H_1 — os valores da sequência provêm de uma distribuição $F(x) \neq x$ para $x \in (0;1)$.

O intervalo de rejeição pode calcular-se a partir de tabelas de valores assintóticos [4] para $\alpha = 0{,}05$. Obteve-se

$$I_1(D) = (0{,}096\,;\,+\infty)$$

O valor de D obtido a partir da Fig. 3 é de $D = 0{,}0487$ e, portanto, encontrando-se fora do intervalo de rejeição, aconselha a aceitação da hipótese H_0.

3.3.4

Por último recorrer-se-á ao teste de Cramér-von Mises [4], baseado na variável aleatória W que mede o valor médio do quadrado do desvio entre a função $F_0(.)$ e a função $F_n(.)$ e cujas definições se indicaram no teste anterior. Tem-se

$$W = \frac{1}{12\,n^2} + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left[F_0(X_{(i)}) - \frac{2\,i-1}{2\,n} \right]^2$$

em que n é o número de valores da sequência. As hipóteses H_0 e H_1 são iguais às do teste anterior.

O intervalo de rejeição determina-se a partir das tabelas de valores assintóticos [4] para $\alpha = 5\,\%$:

$$I_1(W) = (2{,}305.10^{-3}\,;\,+\infty)$$

Como o valor de W obtido com os 200 valores da sequência gerada por A_2 (Fig. 3) é de

$W = 0{,}574.10^{-3} \sim \varepsilon\, I_1(W)$ conclui-se que não há evidência estatística, com $\alpha = 0{,}05$, para rejeitar H_0, hipótese segundo a qual os valores da sequência se podem atribuir a uma distribuição uniforme de probabilidades.

3.4 — Análise simultânea da distribuição e da independência

Uma possibilidade de análise conjunta das duas características baseia-se na distribuição das transições entre valores consecutivos e é devida a M. L. Juncosa[2].

3.4.1

Comecemos pela análise de pares de valores consecutivos e seja (K,L) a variável aleatória bidimensional associada à transição em que se passou do intervalo I_K para um valor do intervalo I_L. Fazendo os intervalos iguais entre si e obtendo com eles uma partição completa do intervalo $[0\,;10^4)$ então se existirem m intervalos temos nas condições da hipótese H_0

$$P\{(K,L) = (u,v)\} = P\{U_i \varepsilon I_u \cap U_{i+1} \varepsilon I_v\} = \\ = P\{U_i \varepsilon I_u\} . P\{U_{i+1} \varepsilon I_v\} = \left(\frac{1}{m}\right)^2$$

Para a análise da sequência gerada por A_2 definiram-se 5 intervalos como se segue

$$\begin{cases} I_1 = [\ 0\ ; +\ 2000\ ) \\ I_2 = [\ 2000\ ; +\ 4000\ ) \\ I_3 = [\ 4000\ ; +\ 6000\ ) \\ I_4 = [\ 6000\ ; +\ 8000\ ) \\ I_5 = [\ 8000\ ; +\ 10000\ ) \end{cases}$$

pelo que existem 25 pontos no espaço de resultados da variável aleatória (K, L).

As frequências absolutas n_{ij}, referentes aos acontecimentos $\{(K,L) = (i\,,j)\}$, na sequência de 200 valores apresentados pela Fig. 3, estão resumidas no quadro da Tabela III.

O teste baseia-se na Tabela III e tem por hipóteses:

H_0 — a distribuição é uniforme e os valores imediatos são estatìsticamente independentes;

H_1 — a hipótese contrária.

TABELA III

i \ j	1	2	3	4	5
1	6	13	6	3	5
2	11	9	7	14	9
3	5	12	4	3	10
4	5	5	8	5	15
5	7	10	9	13	6

A variável a utilizar neste teste é dada por

$$U = \left(\sum_{i=1}^{5}\sum_{j=1}^{5} \frac{n_{ij}^2}{n\,p_{ij}}\right) - n$$

que, na condição de se verificar a hipótese H_0, tem distribuição em χ^2 com 24 graus de liberdade. Consideremos dois intervalos de rejeição da hipótese H_0

$$\alpha = 5\,\%\qquad I_1(U) = (36{,}4\,;+\infty)$$

$$\alpha = 2{,}5\,\%\qquad I_1(U) = (39{,}4\,;+\infty)$$

Os valores da Tabela III dão um resultado $U = 37$ pelo que este teste põe em dúvida a hipótese H_0, a menos que a dimensão do teste seja bastante pequena (ligeiramente inferior a 5 %).

3.4.2

Este tipo de teste pode-se estender à relação entre três valores consecutivos. Faremos a partição do intervalo $[0\,;10^4)$ em três intervalos iguais pelo que a variável aleatória (K,L,M) possui $3^3 = 27$ pontos no seu espaço de resultados.

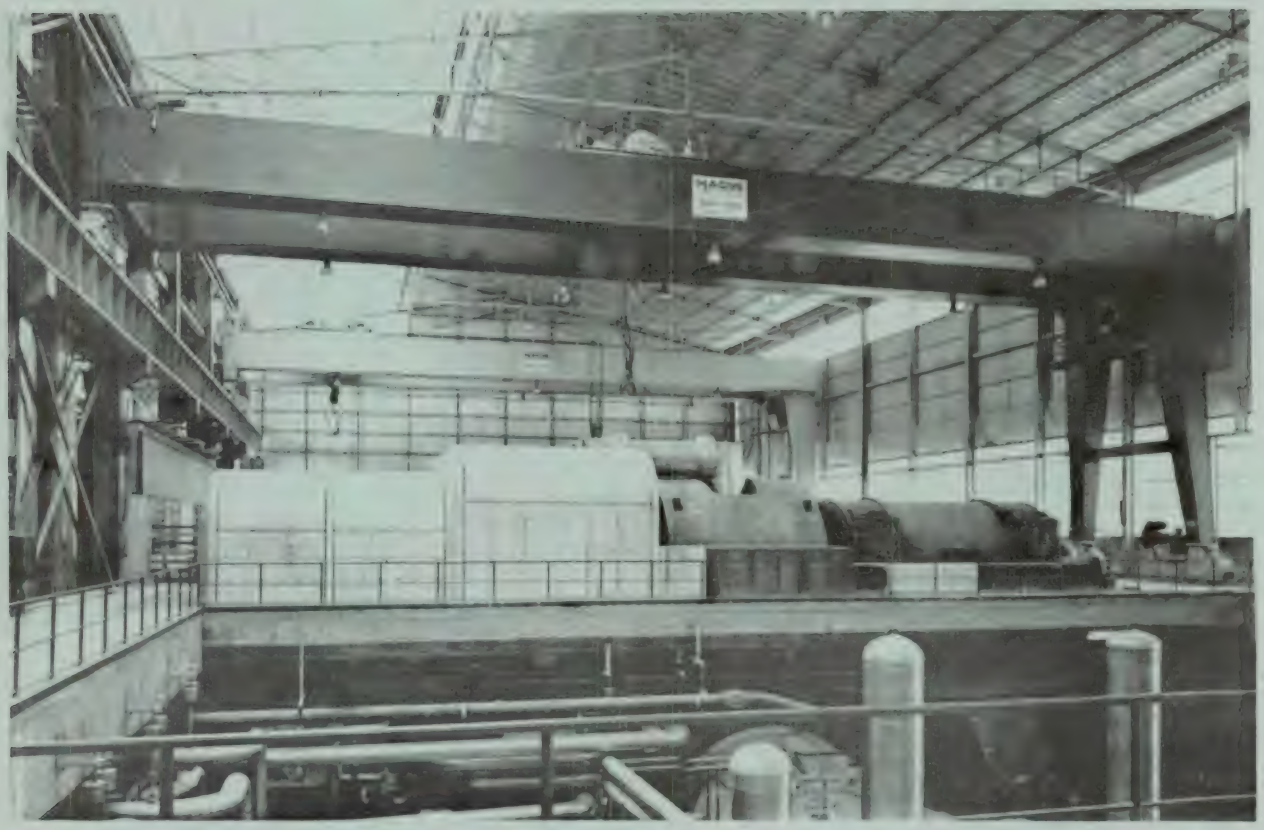
Em relação aos acontecimentos $\{(K,L,M) = (k,l,m)\}$ construiu-se, a partir da sequência de 200 valores da Fig. 3, uma tabela das frequências absolutas n_{klm} (Tabela IV).

O teste é idêntico ao anterior, com a única diferença da variável aleatória U ter, dado H_0, distribuição em χ^2 mas com 26 graus de liberdade. O intervalo de rejeição de H_0, para $\alpha = 10\,\%$ é

$$I_1(U) = (35{,}6\,;+\infty)$$

A partir da Tabela IV o valor obtido para U foi de $22{,}9 \sim \varepsilon\, I_1(U)$ e, portanto, não há evidência

MAGUE

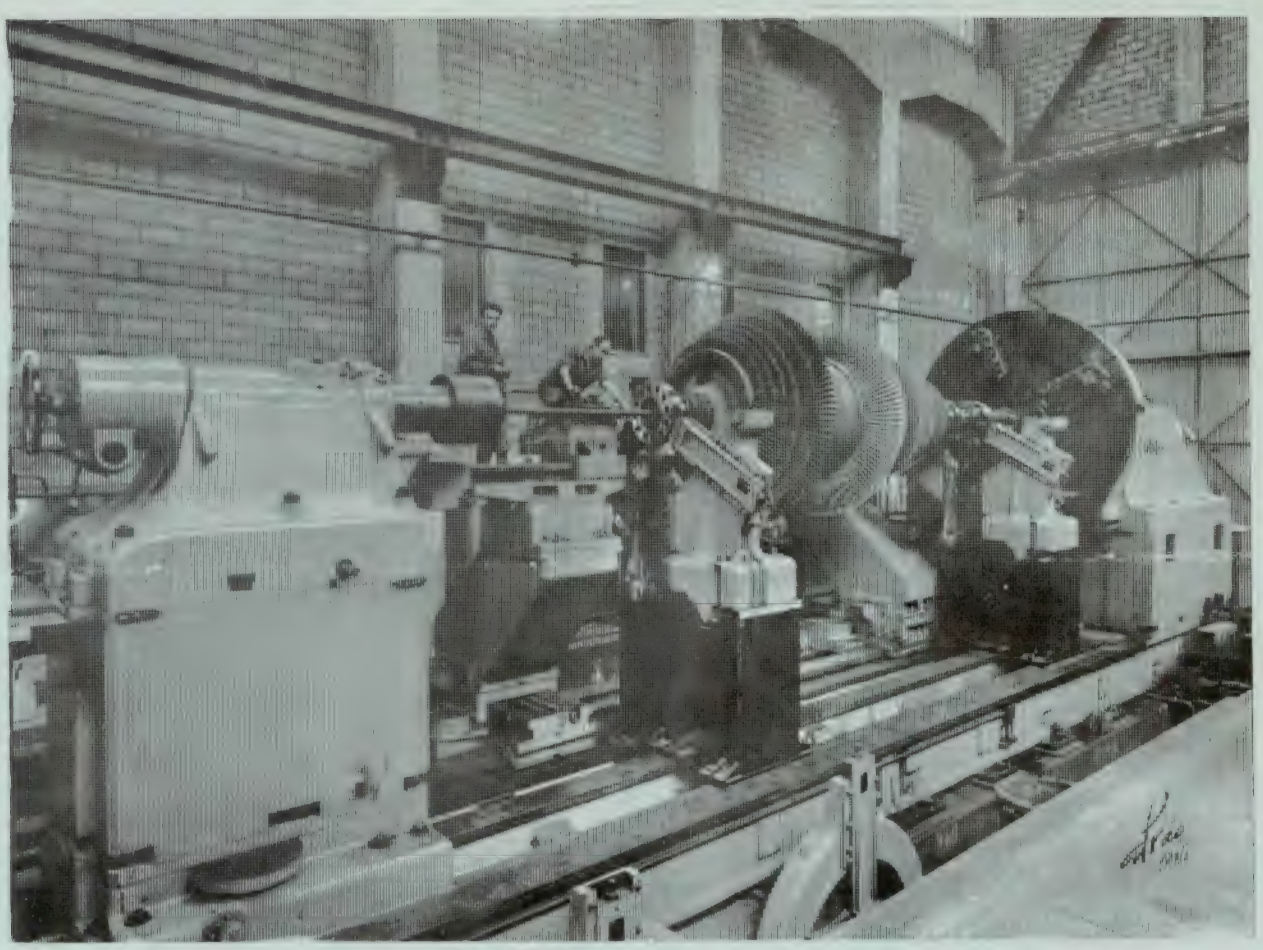


2 semi-pórticos rolantes de 90 t - 10 t/34 m em serviço na Central Térmica do Carregado, da Empresa Termoeléctrica Portuguesa, S.A.R.L.

PONTES ROLANTES, GUINDASTES E APAR. DE ELEVAÇÃO ESPECIAIS	*Projecto e fabrico*
TURBINAS HIDRÁULICAS	*Fabrico segundo licença de A. C. M. de Vevey, S. A.*
TURBINAS A VAPOR	*Fabrico segundo licença de Brown Boveri, Cie*
CALDEIRAS A VAPOR	*Projecto e fabrico segundo licença de Foster Wheeler, Co.*
EQUIPAMENTOS E INSTALAÇÕES INDUSTRIAIS	

CONSTRUÇÕES METALOMECANICAS **MAGUE** S.A.R.L.

ALVERCA DO RIBATEJO — PORTUGAL



SEPSA - Nave de Caldeiraria Pesada Torno Craven.
Reparação do rotor da turbina do alternador
I da CENTRAL DA TAPADA DO OUTEIRO.

- ALTERNADORES (de potência superior a 2000 kVA), COMPENSADORES SÍNCRONOS, MOTORES DE GRANDE POTÊNCIA (fabricação parcial).
- EQUIPAMENTOS PARA INDÚSTRIAS QUÍMICAS E PETROQUÍMICAS
  Tubagens, tremonhas, reactores, permutadores, cisternas, etc.
- EQUIPAMENTOS PARA INDÚSTRIAS PETROLÍFERAS
  Torres, balões, permutadores, filtros, aerorefrigerantes, tubagens, etc.
- EQUIPAMENTOS PARA INDÚSTRIAS CIMENTEIRAS
  Fornos, moinhos, separadores, arrefecedores, etc.
- RESERVATÓRIOS
  De tecto fixo e tecto flutuante, de alta e baixa pressão. Para gases liquefeitos. Gasómetros
- EQUIPAMENTOS DE MANUTENÇÃO E TRANSPORTE
  Elevadores de alcatruzes, elevadores de palhetas, transportadores de tela metálica e de borracha, contentores, etc.
- ESTRUTURAS METÁLICAS
  Pontes, cimbres, coberturas, pisos, edifícios industriais, etc.
- MONTAGENS PESADAS

SEPSA SOCIEDADE DE CONSTRUÇÕES ELECTRO-MECÂNICAS, S.A.R.L.
APARTADO 8 · LEÇA do BAILIO · TELEX SEPSA P 2616

TABELA IV

(k, l, m,)	n_{klm}
1,1,1	7
1,1,2	10
1,1,3	7
1,2,1	10
1,2,2	3
1,2,3	7
1,3,1	7
1,3,2	7
1,3,3	8
2,1,1	6
2,1,2	8
2,1,3	10
2,2,1	8
2,2,2	7
2,2,3	4
2,3,1	8
2,3,2	7
2,3,3	8
3,1,1	11
3,1,2	2
3,1,3	5
3,2,1	5
3,2,2	9
3,2,3	12
3,3,1	4
3,3,2	12
3,3,3	6

estatística nos valores daquela tabela para a rejeição de H_0.

3.5 — Implicações sobre as leis dos grandes números

Como a independência estatística é condição necessária para a validade do *teorema do limite central* procurar-se á da concordância com os valores obtidos com o gerador A_2 inferir a existência da independência entre valores distintos da sequência, mas relativamente afastados entre si (em contraste com os testes até aqui utilizados).

3.5.1

Em primeiro lugar iremos basear um ensaio nos valores médios de amostras de dimensão 100 (Fig. 4), a designar por Y_j. Dispomos de um conjunto de 39 destes valores

$$Y_1, Y_2, Y_3, \ldots, Y_{39}$$

sobre o qual decidiremos o teste que contém com hipóteses:

H_0 — a distribuição dos valores U_i é uniforme, no intervalo $[0 ; 10^4)$, existe independência estatística e o teorema do limite central é aplicável;

H_1 — a hipótese contrária, no todo ou nas partes.

.51936400E 04	.29031795E 04
.51350400E 04	.29428175E 04
.49316000E 04	.28158679E 04
.54772800E 04	.28258729E 04
.46206400E 04	.26912972E 04
.54858000E 04	.29453118E 04
.46206000E 04	.27404674E 04
.49760600E 04	.27931020E 04
.51884800E 04	.28377917E 04
.47844800E 04	.27765736E 04
.46701800E 04	.28043739E 04
50507600E 04	.28004264E 04
.50373000E 04	.30354386E 04
.51052000E 04	.25977372E 04
.50191000E 04	.29378972E 04
.52925600E 04	.29155990E 04
.53394600E 04	.29634810E 04
.50408200E 04	.30494697E 04
.52020000E 04	.29011523E 04
.53409000E 04	.29012416E 04
.51364200E 04	.28663190E 04
.48197000E 04	.29361267E 04
.53858000E 04	.29378960E 04
.46511000E 04	.28066633E 04
.47714600E 04	.30877875E 04
.49402000E 04	.29090287E 04
.56450400E 04	.30504976E 04
.43147200E 04	.27589989E 04
.47139200E 04	.29506938E 04
.49195200E 04	.28004753E 04
.45350100E 04	.26931308E 04
.47447600E 04	.29610059E 04
.50737200E 04	.28946459E 04
.50890000E 04	.30028266E 04
.50081000E 04	.28769536E 04
.47609200E 04	.29193954E 04
.46267000E 04	.28712762E 04
.52058800E 04	.26554698E 04
.48514400E 04	.28074187E 04

Fig. 4

Segundo a hipótese H_0 e como os U_i são uniformemente distribuídos, no intervalo $[0 ; 10^4)$ são de distribuição normal com valor médio e desvio padrão iguais a

$$\mu = 5000$$
$$\sigma = 288{,}675$$

Vamos utilizar um teste, relativamente ao valor médio $\mu = 5000$, que utiliza uma variável aleatória auxiliar [5]

$$T = \frac{\overline{Y} - \mu}{s_Y} \sqrt{38}$$

em que

$$\overline{Y} = \frac{1}{39} \sum_{j=1}^{39} Y_j$$
$$s_Y = \sqrt{\frac{1}{39} \sum_{j=1}^{39} (Y_j - \overline{Y})^2}$$

A variável aleatória T, dada a realização da hipótese H_0, tem distribuição de Student com 38 graus de liberdade. O intervalo de aceitação da hipótese H_0 é o seguinte, [7] para uma dimensão do teste $\alpha = 0{,}10$

$$I_0(T) = (-1{,}687 ; +1{,}687)$$

Como o valor obtido para T em face dos valores da Fig. 4 foi $0{,}222 \varepsilon I_0(T)$, a conclusão a tirar deste teste é que a hipótese H_0 é estatìsticamente aceitável.

3.5.2

Outro ensaio possível baseia-se sobre o conhecimento do desvio padrão, mas ignora o valor do 1.° momento μ, e utiliza as hipóteses definidas em 3.5.1.

A variável auxiliar é [5]

$$U = \sum_{j=1}^{39} \left(\frac{Y_j - \overline{Y}}{\sigma_Y} \right)^2 = 39 \left(\frac{s_Y}{\sigma_Y} \right)^2$$

em que se faz $\sigma_Y = 288{,}675$.

Esta variável aleatória, dada a hipótese H_0, tem distribuição em χ^2 com 38 graus de liberdade.

O intervalo de aceitação da hipótese H_0 com $\alpha = 10\%$ pode obter-se na literatura [7]

$$I_0(U) = (24{,}88 ; +53{,}38)$$

A partir dos valores de Y_j dados na Fig. 4 se obtém $U = 35{,}67 \varepsilon I_0(U)$ e este teste não estabelece qualquer evidência estatística para rejeitar H_0.

3.5.3

Finalmente recorrendo também aos valores da variância das amostras de dimensão 100 iremos efectuar um teste de hipóteses baseado sobre os valores do 2.° momento da amostra

$$Z_1, Z_2, Z_3, \ldots, Z_{39}$$

e em que se confrontam, mais uma vez, as hipóteses H_0 e H_1 definidas em 3.5.1.

Pelo teorema do limite central

$$Z_j = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^{100} (X_{ij})^2$$

tem aproximadamente distribuição normal com valor médio e variância iguais a

$$\mu_z = E(X_i^2) = 3333{,}33.10^4$$

$$\sigma_z^2 = \frac{E(X_i^4) - [E(X_i^2)]^2}{100} = 88888{,}89 . 10^8$$

Vamos ensaiar simultâneamente estes dois valores através da utilização de uma variável aleatória [5]

$$V = \frac{Z - \mu_z}{\sigma_z}$$

Esta variável aleatória tem, quando se verifica a hipótese H_0, distribuição normal normalizada e, portanto, o intervalo de aceitação para $\alpha = 10\%$ é dado por

$$I_0(V) = (-1{,}645 ; +1{,}645)$$

Como os valores indicados na Fig. 4 nos conduzem a $V = 0{,}052 \varepsilon I_0(V)$ conclui-se que, naqueles valores e segundo este teste, não há

evidência estatística para a rejeição da hipótese H_0 que afirma a independência entre valores da sequência e a uniformidade da sua distribuição através dos valores do 1.° e do 2.° momentos da distribuição.

4 CONCLUSÕES

Apesar de não se ter efectuado testes muito elaborados, como a determinação do *espectro de potência*, aqueles que se realizaram dão resultados favoráveis ao gerador A_2, excepção feita ao indicado em 3.4.1. Também a dimensão (L + T) é suficiente para o estudo em causa e, portanto, parece ter-se obtido com o gerador A_2 a meta prevista: dimensão (L + T) elevada, características estatísticas aceitáveis e funcionamento tirando partido da aritmética do computador.

Dadas as possibilidades variadas dos valores iniciais fica ainda por averiguar qual a melhor escolha de condições iniciais sobre os vários aspectos aqui ensaiados. Igualmente fica em aberto o estudo no sentido de tornar o gerador mais rápido, o que pode levar ao abandono da linguagem Fortran aqui utilizada.

BIBLIOGRAFIA

(1) — «Random-number generation on digital computers» R. P. Chambers — Spectrum, Vol. 4, n.° 2, pp 48-56, Fev. 1967;

(2) — «Random-number generating and testing» Reference Manual C20-8011, IBM Corp., 1959;

(3) — J. W. Bradley «Distribution-free Statistical Tests» Prentice-Hall Inc.-Englewood Cliffs, N. J. (1968);

(4) — D. R. Cox, P. A. W. Lewis «The Statistical Analysis of Series of Events» Methuen & Co. Ltd — London (1966);

(5) — K. A. Brownlee «Statistical Theory and Methodoly in Science and Engineering» John Wiley & Sons Inc. — New York (1960);

(6) — «Testes estatísticos sobre a distribuição de probabilidade da população amostrada» A. Cerveira — Técnica, Vol. 31, n.° 383, pp. 141-147, Dez. 1968;

(7) — M. Abramowitz, I. Stegun «Handbook of Mathematical Functions» Dover Publications, Inc. — New York (1965).

NOTICIÁRIO

10.º Congresso Internacional das Grandes Barragens

A Comissão Internacional das Grandes Barragens (ICOLD) promove em Montreal (Canadá) de 1 a 5 de Junho de 1970 o seu 10.º Congresso Internacional das Grandes Barragens.

As questões a tratar no Congresso são as seguintes:

Questão n.º 36: Desenvolvimentos recentes no estudo e na construção de barragens de terra e de enrocamento.

Questão n.º 37: Desenvolvimentos recentes no estudo e construção de barragens e albufeiras sobre aluviões profundos e sobre formações karsticas ou outras formações desfavoráveis.

Questão n.º 38: Vigilância das barragens e albufeiras em exploração.

Questão n.º 39: Desenvolvimentos recentes do estudo e construção de barragens de betão.

O custo da inscrição como participante neste Congresso é de 100 dólares U. S.

O custo da inscrição como acompanhante é de 40 dólares U. S.

Após o Congresso terão lugar diversas visitas de estudo a grandes barragens e obras hidráulicas no Canadá.

A Comissão Nacional Portuguesa das Grandes Barragens (Rua de S. Mamede ao Caldas n.º 23) fornece os boletins de inscrição para este Congresso.

10.ª Didacta, em Basileia, 1970, Feira Europeia de Material Didáctico

A Direcção da Associação Europeia de Material Didáctico, Eurodidac, reunida em Basileia sob a presidência do Dr. W. Tham, de Estocolmo, estabeleceu os planos para a realização da 10ª. Didacta. Esta importante feira terá lugar, de 28 de Maio a 1 de Junho de 1970, nos salões da Feira Suíça de Amostras de Basileia, onde já em 1966 a 8.ª Didacta alcançara o maior êxito e uma reputação mundial no domínio do material didáctico.

Simultâneamente com a 10.ª Didacta, terão lugar numerosas exposições especiais e manifestações com ela relacionadas: realizar-se-á, por exemplo, um congresso sobre os sistemas electrónicos de aprendizagem e máquinas didácticas, ao qual deram já a sua adesão mais de 2000 pedagogos e especialistas da aplicação da electrónica no ensino.

2.ª Conferência Internacional da União Internacional das Associações para a prevenção da Poluição do Ar

A União Internacional das Associações para a Prevenção da Poluição do Ar promove a realização da 2.ª Conferência Internacional da União Internacional das Associações para a Prevenção da Poluição do Ar em 6-11 de Dezembro de 1970 em Washington, D. C., U. S. A.

Esta União compõe-se das associações seguintes:

- Associación Argentina Contra la Contaminacion del Aire
- Association pour la Prevention de la Pollution Atmosphérique, France
- Kommission Reinhaltung der Luft, Germany
- National Society for Clean Air, Great Britain
- Kanto-Shin-Etsu Heat Control Society, Japan
- Air Pollution Control Association, USA-Canadá
- Clean Air Society of Australia and New Zealand

A 2.ª Conferência Internacional para a Prevenção da Poluição do Ar incluirá conferências, e actividades diversas.

A 1.ª Conferência Internacional da União realizou-se em Londres em 1966.

LECO '70 — London Engineering Congress

Organizada pelo Conselho das Organizações de Engenheiros Britânica para os engenheiros de todo o mundo será como uma «Montra aberta no Royal Festival Hall» de 4 a 7 de Maio em Londres onde se mostrarão as inovações técnicas em todos os ramos de emgenharia e ainda métodos de trabalho, conservação de materiais e educação de engenheiros.

C. D. U. 624.042.7

SEISMIC DESIGN OF TRADITIONAL AND PREFABRICATED REINFORCED CONCRETE BUILDINGS (1)

by J. FERRY BORGES*
and ARTUR RAVARA**

RESUMO

A partir dos resultados obtidos no estudo das solicitações sísmicas, do comportamento de diferentes tipos de estruturas de edifícios e de critérios de segurança, deduzem-se regras simples para o dimensionamento de tipos correntes de estruturas de edifícios sob a acção dos sismos.

O trabalho generaliza a comunicação «Seismic Design Criteria for Reinforced Concrete Buildings» apresentada à III Conferência Mundial de Engenharia Sísmica.

Refere-se particularmente a necessidade de obter maior volume de informação sobre três pontos fundamentais: a definição estatística de sismicidade, as características de comportamento de sistemas não lineares de vários graus de liberdade e os valores dos deslocamentos máximos e dos coeficientes de ductilidade a admitir para os diferentes tipos de estruturas.

SYNOPSIS

Results concerning the idealization of seismic loads, static and dynamic behaviour of different types of building structures and safety principles are combined to derive simple design rules for usual types of traditional and prefabricated buildings.

The study generalizes concepts derived in the paper «Seismic Design Criteria for Reinforced Building» presented at the III World Conference on Earthquake Engineering.

Attention is called to the necessity of improving: i) the statistical definition of seismicity, ii) the information on displacements of non-linear multidegree of freedom systems and iii) the definition of allowable ultimate displacements and ductility factors for the different types of structures.

1 — INTRODUCTION

The main purpose of the present paper is to derive and justify simple rules for the seismic design of traditional and prefabricated reinforced concrete buildings, based on the present knowledge concerning earthquake loading, static and dynamic behaviour of linear and non-linear systems and on the structural behaviour of reinforced concrete. As the behaviour of the structures is influenced by a large number of factors, it is tried to choose the paramount ones in order to obtain design rules that are simultaneously simple and accurate.

Statistical concepts used for defining the loading and the structural behaviour are combined in order to define the overall safety. The basic safety conditions are established by comparing the displacements due to earthquake loading and the allowable displacements. For this purpose, approximate expressions for the displacements undergone by one-degree and multidegree of freedom systems and for the allowable displacements in reinforced concrete structures are derived.

Two main types of reinforced concrete structures are studied: framed structures and panel structures. The panel structures that correspond to the most usual types of prefabricated buildings are considered in more detail. The force displacement diagrams for these types of structures are obtained on the basis of previous studies. Particular attention is paid to the allowable ductility that corresponds to each of the above mentioned types of structures.

The simplified design rules presented are judged on the basis of the available information concerning the behaviour of structures during earthquakes.

2 — IDEALIZATION OF SEISMIC LOADING

Two main lines are usually followed to obtain a convenient idealization of seismic loading.

---

* Subdirector.
** Chefe da Divisão de Dinâmica Aplicada.

(1) Comunicação apresentada à IV Conferência Mundial de Engenharia Sísmica, Santiago do Chile, Janeiro de 1969.

i) The study of the maximum response of single-degree of freedom oscillators (with different natural frequencies and viscous damping) to recorded accelerograms using the results thus obtained as a representation of the earthquake (Housner's response spectra).

ii) The assimilation of the recorded vibrations to Gaussian or Poisson processes, stationary or non-stationary, and the direct computation of the quantities that describe these processes using the fundamental concepts of the Random Vibration Theory.

One advantage of this second method is the possibility of numerical or experimental generation of artificial earthquakes that can be used for research purposes.

A correspondence between the two methods can be established. This is particularly simple if the vibration is assumed to be a white noise within a limited band of frequencies (defined by a constant power spectral density of acceleration, S) and having a given duration, t.

In fact, the toot-mean-square value of the response (expressed in displacement, $\bar{\delta}$) is given by [1]

$$\bar{\delta} = \sqrt{\frac{S}{8\,\eta\,\omega_o^3}} \qquad 1)$$

where η — fraction of critical damping and $\omega_o = 2\pi f$ — circular frequency of the system.

For a duration t = 30 s and for systems within the range 0.5 to 3 Hz* the maximum displacement, δ_{max} can be approximately expressed by [2]

$$\delta_{max} = 2.9\ \bar{\delta}$$

and thus δ_{max} can be expressed in function of the frequency by

$$\delta_{max} = 0.066\ S^{1/2}\ \eta^{-1/2}\ f^{-3/2} \qquad 2)$$

For the power spectral density of acceleration indicated by Bycroft [4] to represent N-S 1940 El Centro accelerogram, $S = 700\ cm^2\ s^{-4}/Hz$, and for $\eta = 0.05$ (eq. 2) comes

$$\delta_{max} \approx 8\ f^{-3/2} \qquad 3)$$

δ being expressed in cm and f in Hz.

In a previous paper [3] the expression

$$\delta_{max} = 6\ f^{-1} \qquad 4)$$

was used. As it shall be seen expression 3) corresponds to a better approximation than expression 4).

The maximum displacements computed according to expression 3) can be directly compared with those indicated by the response spectra. Fig. 1 gives in logarithmic diagram the response spectra for N-S 1940 El Centro accelerogram [5] and also the spectra that correspond to the accelerograms simulated by Jennings, Housner and Tsai [5]. All these response spectra are reduced to the same intensity as that of El Centro Earthquake.

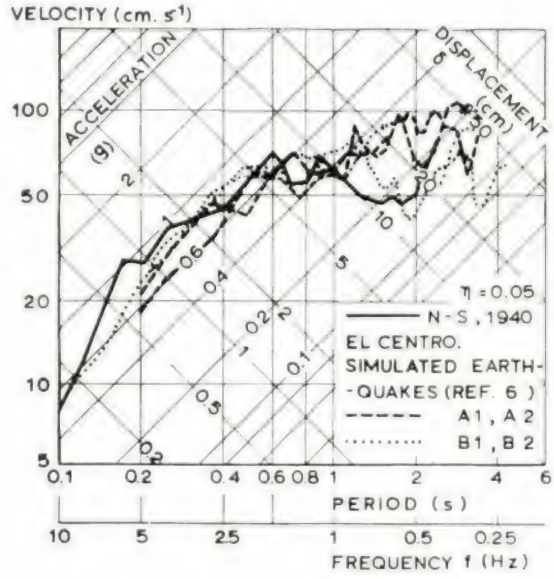


Fig. 1 — Logarithmic spectra for 1940 El Centro and simulated earthquakes

As is well known response spectra are often idealized by two lines, $\delta_{max} = k'\ f^{-2}$ and $\delta_{max} = k''\ f^{-1}$. Fig. 2 shows that the first one of these lines is convenient for frequencies higher then 3 Hz and the second one for frequencies smaller than 0.5 Hz. The disadvantage of this bi-linear representation results from the fact that the lowest accuracy is obtained in the region 0.5 to 3 Hz (T = 0.3 to 2 s), the most important one for the design of structures.

* — Hz — Herz — cycles per second

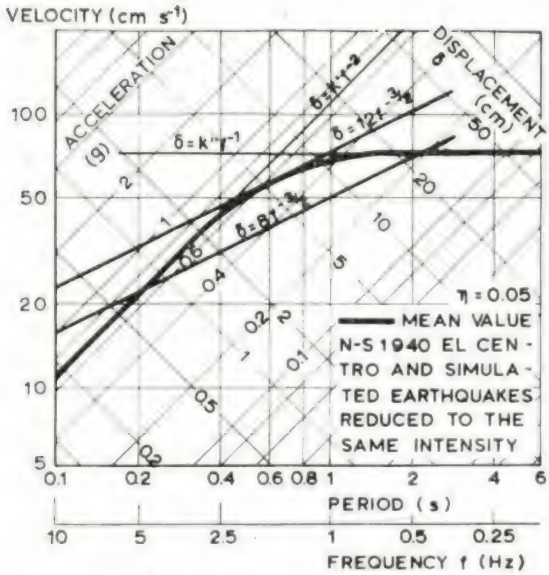


Fig. 2 — Analytical representation of mean value of spectra

The line that corresponds to $\delta_{max} = k\ f^{-3/2}$, is tangent to the mean response spectra at the point f = ~ 2 Hz (fig. 2). It is thus convenient for representating the spectra within the nearby frequencies.

Another advantage of the expression $\delta_{max} = k\ f^{-3/2}$ results from the fact that the coefficient k can be directly related to the power spectral density of acceleration according to expression 2).

Conversely the power spectral density of acceleration can be expressed as a function of k by

$$S = 230\ \eta\ k^2 \qquad 5)$$

For $\eta = 0.05$ and $k = 12$ cm $s^{-3/2}$ it is obtained $S = 1700$ cm² s^{-4}/Hz, more than twice the value $S = 700$ cm² s^{-4}/Hz proposed by Bycroft to represent the N-S 1940 El Centro accelerogram. The reason for this discrepancy derives from the non-stationarity of the record. In fact, using the first 6.5, 13 and 30 s of 1940 El Centro accelerogram, the power spectral densities indicated in fig. 3 are obtained. Obviously the shorter the interval used to estimate the power spectral density of acceleration the larger the interval of confidence of the corresponding estimate. Even so, it is evident that within the 30 s duration the first few seconds correspond to a more intense vibration. Although it is in fact so, the computed variations of power spectral density still fall within the interval of confidence corresponding to the probabilities 0.1 and 0.9. Thus from a statistical point of view these variations could be accepted as due to sampling within a stationary random process.

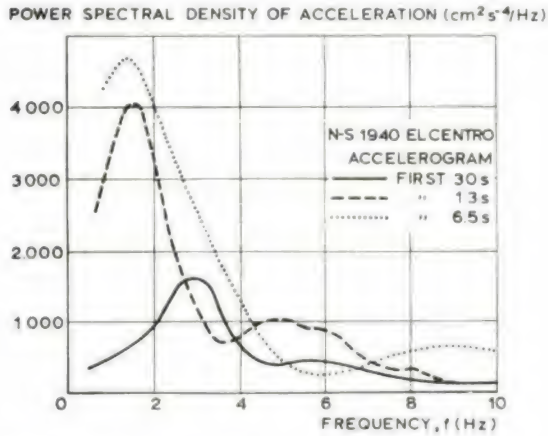


Fig 3 — Power spectral density of acceleration, computed for the first 30,13 and 9.5 s of N-S 1640 El Centro accelerogram

In the present paper the power spectral density 700 cm² s^{-4}/Hz is retained as a standard value (for an earthquake with 30 s duration). The maximum displacement for linear one-degree of freedom oscillators ($0.5 < f < 3$ Hz, $\eta = 0.05$) is then computed by the expression

$$\delta_{max} = 8\ f^{-3/2} \qquad (6$$

δ expressed in cm and f in Hz.

3 — IDEALIZATION OF STRUCTURAL BEHAVIOUR

As with the seismic loading the structural behaviour has to be conveniently idealized. A sufficiently accurate representation of the structural behaviour is difficult to obtain due to the following reasons:

i) Buildings are in general formed by both structural and non-structural elements (such as partitions) the latter being often disregarded when the resistance to horizontal forces is computed. The influence of these non-structural elements on the dynamic behaviour may be paramount. During intense earthquakes partitions may be heavily damaged at one or several stories

and the type of structural behaviour is directly affected by these damages.

ii) Under strong earthquakes the behaviour of the structure itself is no longer linear. Thus the force displacement relations cannot be expressed by simple stiffness matrices and non-linear relations have to be introduced.

iii) Dynamic behaviour may be much influenced by the interaction between the soil and the structure.

For instance, in the case of a building formed by a framed structure infilled by partitions, initial behaviour corresponds to that of a cantilever on an elastic support. The transverse section of the cantilever is obtained by considering the contribution of the frame and of the walls. As such a cantilever is very stiff the deformation of the elastic support (soil) in general represents a large part of the total displacements. If the partitions suffer severe damage at one level, the behaviour immediatly changes to a shear type. The displacements at the damaged level are dominant and the behaviour is then well represented by a one-degree of freedom oscillator. As the damage in the partitions increases pure frame behaviour becomes dominant.

Thus the dynamic characteristics of the building, and particularly the vibration modes, change greatly from stage to stage. It may well be that the smallest safety against collapse does not correspond to the last of the mentioned stages but to an intermediate one. This is the reason why when designing a structure the safety at different stages has to be studied.

4 — SAFETY CONDITIONS

It is considered that safety conditions can be expressed in terms of ultimate displacements. The limite states to be associated with this ultimate displacements are:

i) local ruptures in structural elements
ii) excessive damage in non-structural elements
iii) overturning

The last condition in general does not apply to buildings and thus only the two first ones are studied.

The ultimate displacements that correspond to local ruptures in structures of shear type are relatively simple to establish. In fact the displacements are independent from story to story. This is not the case in structures where the stiffness of the beams or the floor structure is insufficient to prevent rotation of the joint blocks. In this case the interaction between stories has to be considered.

The non-linear behaviour of reinforced concret structures can be studied under simple hypotheses [7,8]. When the deformations due to bending are predominant it is sufficient to define moment-curvature diagrams and to compute the displacements by integrating the curvatures. Rupture is considered to be attained when compressive strain of 3.5 ‰ in the concrete or tension strain of 10 ‰ in the steel are reached. These limits thus correspond to ultimate curvatures, and consequently, to ultimate displacements.

The limitation of displacement at one story to avoid excessive damage on non-structural elements has to be established taking into consideration the type of non-structural elements used. In the case of brick masonry partitions, recent tests have confirmed that displacements of more than 3 cm between stories of usual height correspond to very severe damage [9].

5 — STATISTICAL CONCEPTS

In discussing on a statistical basis the problem of structural safety for earthquake loading main aspects have to be considered.

i) The seismicity of the region has to be statistically defined by the probabilities of exceeding given spectral densities of acceleration, during a given interval of time.

ii) To each value of the power spectral density of acceleration of the soil corresponds a statistical distribution of the response of the structure.

iii) The condition of rupture (or of attaining an ultimate state) is also defined by statistical distributions.

The probability of rupture during a given interval of time has thus to be computed by combining the randomness arising from the three mentioned sources.

It can be shown that the first one is the most important source of randomness and, thus, the probability of rupture is approximately given by

the probability of occurrence of a power spectral density of acceleration that produces mean maximum displacements that exceed the mean value of the displacements that correspond to rupture [10, 11, 12]. This consideration simplifies the problem considerably. In fact, the response of the structures can be simply studied by analyzing the mean maximum values, where maximum refers to the maximum during an earthquake and mean to the mean of the maxima corresponding to several earthquakes. The expressions indicated in § 2 give mean maximum values. By the same reasoning it is also justifiable to disregard the statistical distribution of the mechanical properties and to retain only the mean values. Note that this is no longer so if the randomness of behaviour during a given earthquake is to be studied.

The data at present available for studying the statistical distribution of earthquakes in a given region are scarce. This is particularly true if the power spectral density of acceleration or the response spectra are taken as a measure of this intensity. For the magnitude, there exist already satisfactory estimates of the statistical distributions for several regions. However the relationship between magnitude and intensity of vibration of the soil cannot yet be satisfactorily established [13]. This relationship is influenced by many parameters of which local soil conditions are of fundamental importance. For instance the paramount influence of soil conditions is quite apparent in the 1967 Caracas earthquake [14].

Data expressed in Mercalli or analogous scales also can be treated statiscally but their qualitative character cannot be forgotten.

A Bayesian approach that uses all the available information seems to be the most convenient one. A Bayesian estimate based only on the Mercalli scale was recently presented by Benjamin [15].

6 — RESPONSE OF ONE-DEGREE OF FREEDOM SYSTEMS

Housner's spectra are very often used as an idealization of seismic loading directly giving the response of linear oscillators. A simple relation between the mean maximum displacements and the power spectral density of acceleration was derived in § 2.

It is now particularly importante to analyze the influence of non-linear behaviour. Numerous studies on this problem have been performed. The following results obtained by Ravara [16] once more confirm the well-known conclusion that within the range of ductilities of practical interest the displacement of linear and non-linear oscillators having the same natural frequency are approximately equal.

To represent the behavionr of reinforced concrete accurately, bi-linear force displacement diagrams, with parabolic transitions, indicated in fig. 4, were used. The oscillators, with a fraction

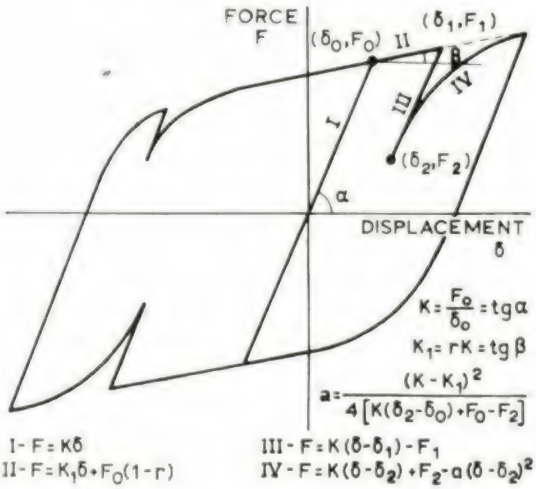


Fig. 4 — Bi-linear force displacement diagram with parabolic transitions

of critical damping $\eta = 0.05$, were acted by the 1940 and the 1934 El Centro, N-S accelerograms reduced to the same power spectral density of acceleration computed in 30 s. Thus the accelerations of 1934 record were multiplied by 1.06 in order to get $S = 700\ cm^2 s^{-4}/Hz$. The results obtained are indicated in fig. 5.

To interpret the results it is important to consider the ductility factor, μ, defined as

$$\mu = \frac{\delta_{max}}{F_{max/K}} \qquad 7)$$

where F_{max} is the force that corresponds to the ultimate displacement δ_{max}, fig. 6. Note that according to the adopted definition, the ductility factor also corresponds to

$$\mu = \frac{F_e}{F_{max}} \qquad 8)$$

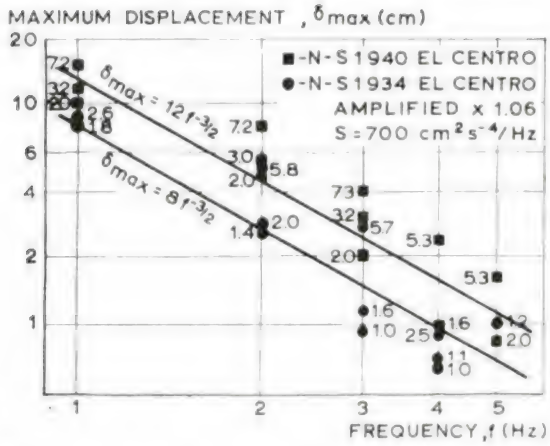


Fig. 5 — Maximum displacements and ductilities of bi-linear oscillators with parabolic transitions

Thus, the maximum force F_{max}, in a non-linear system, may be obtained by dividing the elastic force F_e by the ductility factor.

The analysis of fig. 5 shows that for 1934 El Centro accelerogram amplified to the power

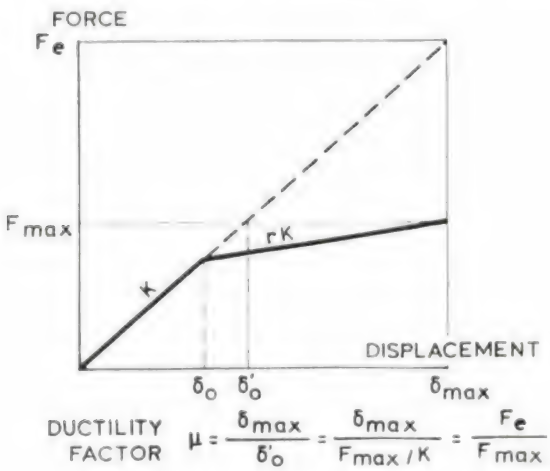


Fig. 6 — Definition of ductility factor

spectral density of 700 $cm^2 s^{-4}/Hz$ the maximum displacement of bi-linear systems having ductility factors below about 4 are well represented by the lines $\delta_{max} = 8\ f^{-3/2}$. For the 1940 El Centro accelerogram the line $\delta_{max} = 12\, f^{-3/2}$ gives a better fit. These results are similar to those obtained in § 2 for linear oscillators.

Assuming the displacements of linear and non-linear systems having the same frequency with ductilities lower than 4 are equal, a simple expression can be deduced for the maximum force, F_{max}, and hence also for the correspondent seismic coefficient.

The seismic coefficient c is given by

$$c = \frac{F_{max}}{g_M} = \frac{F_e}{\mu\, g_M} = \frac{k\,\delta_{max}}{\mu\, g_M} \qquad 9)$$

where g_M is the weight of the structure. But

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{M}} \qquad 10)$$

and thus

$$\frac{k}{M} = \pi^2 f^2$$

Taking $\delta_{max} = f^{-3/2}$ the seismic factor can be expressed in function of the natural frequency, f, and the ductility factor, μ, by

$$c = \frac{32\,\pi^2}{g}\,\frac{\sqrt{f}}{\mu} = \sim 0.32\,\frac{\sqrt{f}}{\mu} \qquad 11)$$

This seismic factor corresponds to $S = 700\, cm^2 s^{-4}/Hz$ and $\eta = 0.05$. For different values of S and η the following expression is easily derived (see equation 2)

$$c = \frac{0.264\,\pi^2}{g}\,\frac{\sqrt{S}}{\sqrt{\eta}}\,\frac{\sqrt{f}}{\mu} = 2.65 \times 10^{-3}\,\frac{\sqrt{S}}{\sqrt{\eta}}\,\frac{\sqrt{f}}{\mu} \qquad 12)$$

S being expressed in $cm^2 s^{-4}/Hz$ and f in Hz.

The above expressions only apply for $f < 3$ Hz. For $f > 3$ Hz the maximum displacement can be taken as $\delta_{max} = k' f^{-2}$ and thus c is independent of f. The value of c that corresponds to 3 Hz, $c = \frac{0.55}{\mu}$, can thus be adopted for $f > 3$ Hz.

Expressions 11) and 12) show that the seismic factor is inversely proportional to the ductility factor. The influence of the ductility is thus very important. As the maximum displacements and natural frequencies are directly related, the seismic factor can also be expressed as a function of δ_{max} by

$$c = \frac{0.64}{\mu} \delta_{max}^{-1/3} \qquad 13)$$

7 – RESPONSE OF MULTIDEGREE OF FREEDOM SYSTEMS

Simple and general results expressing the behaviour of linear and non-linear multidegree of freedom systems are difficult to derive. In fact, a large number of parameters influence the behaviour of such systems.

Computations performed for typical multistory buildings show that the displacements at the top for shear type structures are about 30% higher than those that would be expected for a single-degree of freedom system having the same natural frequency. Thus, for the considered standard earthquake, displacements at the top can be roughly estimated by

$$\delta_{max} = 10 f^{-3/2} \qquad 14)$$

δ expressed in cm and f in Hz.

For other types of structures the percentage of increase must be established considering the shape of the deformed structure.

The influence of non-linear behaviour does not much affect the maximum displacements, just as was mentioned for one-degree of freedom systems. Results obtained by Clough and Benuska [17] for bending type structures and by Serac Committee [18] and others for shear type structures confirm this assertion.

Note that although the maximum displacements are not much affected by the non-linear behaviour, variations of stiffness of the different elements and of the relations between ultimate strengths very much influence the shape of the deformed structure and the points where non-linear deformations concentrate.

Results obtained by Ravara [16] concerning the behaviour of typical shear type structures of reinforced concrete buildings (fig. 7) confirm this statement. Bi-linear force displacement diagrams with parabolic transitions are adopted at each story in order to reproduce the behaviour that corresponds to the assumed dimensions and percentages of reinforcement of the columns. Materials are considered to be concrete with a cube strength of 300 kg/cm² and steel with a limit of proportionality at 0.2% of 4000 kg/cm². The structures were preliminarily designed for a seismic factor of 0.15.

Variations of stiffness from one level to the other greatly influence the distribution of the maximum displacements. The overall ductility of the structure is thus much affected by this uneven distribution of plastic deformations.

The notion of ductility factor can be generalized for multidegree of freedom systems by taking for reference the displacements at the top of the buildings. The overall ductility of the structure, μ_S, is defined as the relation between the maximum non-linear displacement at the top and the elastic displacements that correspond to the maximum force. It is easy to understand that this ductility is in general much smaller than the ductility of the elements that form the structure, μ_e.

The seismic factors to be adopted for multidegree of freedom systems can then be computed by

$$c = \frac{10}{8} 0.32 \frac{\sqrt{f}}{\mu_S} = 0.40 \frac{\sqrt{f}}{\mu_S} \qquad 15)$$

where μ_S is now the overall ductility of the system.

8 – SIMPLIFIED DESIGN RULES FOR FRAMED STRUCTURES

Two main types of structural behaviour have to be considered: i) shear at any story level and ii) general frame behaviour.

Rules for studying shear of reinforced concrete buildings at one-story level were indicated in former papers [3, 19]. There it was shown that for not exceeding the allowable displacements of the reinforced concrete columns it is necessary to limit the normal stress in the columns to about 0.2 of the strength of the concrete. If this rule is followed the ductility of the columns can be tacken as about 3.5, for the usual percentages of reinforcement and qualities of materials. In fact the ductility of reinforced concrete columns perfectly built-in decreases for increasing percentage of reinforcement from about 4 to about 2. In practice, this decrease of ductility can be disregarded since for high percentages of reinforcement ultimate concrete strains higher than 3.5‰ can be allowed.

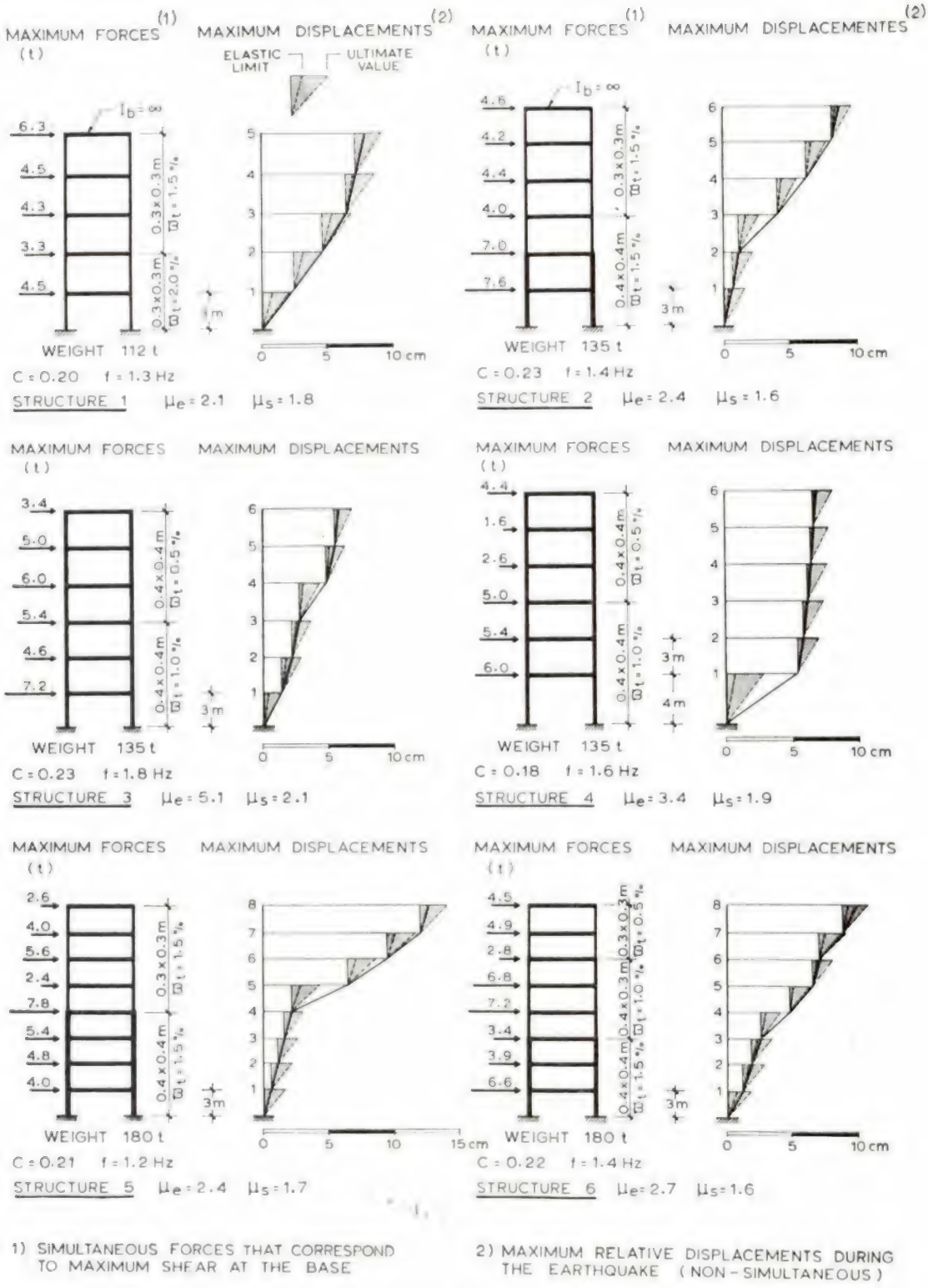


Fig. 7 — Behaviour of shear type structures

The maximum displacements between two stories have also to be limited as a function of the type of partitions, to avoid excessive damage. As mentioned in § 3, for the usual type of brick masonry partitions, the maximum value of 3 cm can be adopted. Thus, in order not to exceed

FRAPIL

CONSTRUÇÕES E MONTAGENS ELÉCTRICAS

SARL

máquinas de soldadura eléctrica

transformadores

rectificadores de silício

processos semiautomáticos

licença

OERLIKON

SEDE E INSTALAÇÕES FABRIS

CAIS DE SÃO ROQUE
APARTADO 20
TELEFONE 23071/2
AVEIRO

DELEGAÇÃO NO SUL

RUA CASTILHO
38, r/c.-dt.
TELEFONE 52528
LISBOA-1

042.72:1658

INDUSTRIAIS TEXTEIS

PARA OS VOSSOS MANCHONS, FLANELAS, TRANSPORTADORES,
E TODOS OS TECIDOS TÉCNICOS

EM FIBRAS NATURAIS OU SINTÉTICAS

Consultem:

FANAFEL

FÁBRICA NACIONAL DE FELTROS INDUSTRIAIS
SOCIEDADE LIMITADA

APART.: 9
TELEF.: 52091 PBX
TELEG.: FELTROS

OVAR
PORTUGAL

ESCRITÓRIO E FÁBRICA
ESTRADA DE S. JOÃO

Empresa Ultramarina de Sondagens e Fundações, L.da

(SONDADORA)

SONDAGENS geológicas e geotécnicas — CAPTAÇÕES de águas subterrâneas — REBAIXAMENTOS do nível freático — CONSOLIDAÇÕES E ESTABILIZAÇÃO do solo — INJECÇÕES DE CIMENTO e outros produtos — INFRAESIRUTURAS de barragens, túneis e pontes — FUNDAÇÕES de todos os tipos

Única Empresa da especialidade com sede no Ultramar Português

DELEGAÇÃO - LISBOA
R.S.Pedro de Alcântara, 1
Tel. 32 46 93 e 21 32 56

SEDE - LUANDA
Rua Serpa Pinto, 60
C.P.2178 - Tel.4226

MOÇAMBIQUE
L.Marques - C.P.982 - Tel.741121
Beira - C.P. 1002 - Tel. 71497

this limit, the natural frequency (expression 3) must be higher than

$$f > \sqrt[3]{\left(\frac{8}{3}\right)^2} \simeq 2 \text{ Hz}$$

For $f = 2$ Hz and $\mu = 3.5$ the seismic factor (expression 11) becomes

$$c = 0.32 \frac{\sqrt{2}}{3.5} = 0.13 \qquad 16)$$

As it was seen in § 6, no increase of the seismic factor in function of the frequency has to be considered for frequencies higher than 3 Hz. Thus for designing buildings for shear at one story level it is not important to consider the influence of the natural frequency and a mean value of 0.15 corresponding to frequencies between 2 and 3 Hz can be adopted for the assumed standard earthquake. Note that the elastic stiffness must be sufficient to guarantee a natural frequency higher than 2 Hz for the behaviour corresponding to shear at a single level.

For studying general frame behaviour the frequency of only the first mode need be considered and the seismic factor is given by expression 15).

As the number of stories increases the natural frequency and the overall ductility decrease. The example of fig. 7 show that the ductility of 6 to 8 story frames varies between 1.6 and 2.1 when the ductility of the elements vary between 2 and 5. The consequence of this simultaneous variation of frequency and ductility is that the final values of the seismic factors vary very little with the number of stories.

To improve the design of multistory buildings it is necessary to define their ductility conveniently. The solution of considering $\mu_s = 1$ may be too much on the safe side particularly if the buildings are not very high. Therefore an improvement in seismic design depends considerably on the knowledge of the ductilities of the elements and on the determination of the overall ductility of the structure.

9 — SIMPLIFIED DESIGN RULES FOR PANEL STRUCTURES

Although many studies on panel structures and particularly on prefabricated panel structures have been recently performed, only a limited knowledge of the static behaviour of a few types of these structures is available. The information concerning dynamic behaviour is very scarce [20].

The generalization to panel structures of the rules presented above implies a knowledge of their natural frequencies, damping and ductility factors. If these elements are known the seismic factors can be computed and the problem is then transformed to the design for static horizontal forces.

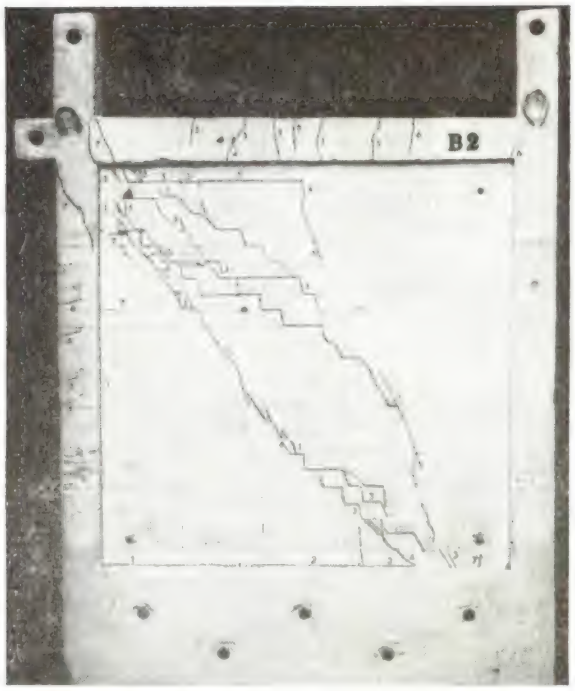
As the structures are formed by panels these elements have to be studied deeply in order to forecast their force displacement diagrams. By assembling panels of known behaviour the overall behaviour of the structure can be analyzed.

Recent studies by Trigo [9] concerning brick masonry and concrete panels, interconnected by reinforced concrete bracing, have shown that the following main phases of the force displacement diagrams have to be considered: i) behaviour prior to cracking, ii) perimetral cracking between panels and bracing, iii) diagonal cracking of the panels, iv) plastic deformation of the panels or bracing. The importance of each of these phases depends largely on the geometry of the panels, on the mechanical properties of the normal force acting on the panels. For each of the referred phases a different structural idealization has to be adopted in order to obtain sufficiently accurate force displacement diagrams.

Fig. 8 refers to model tests of panels and shows a typical force displacement diagram. For single panels, as their elastic stiffness is very high, very high values of the ductility factor are obtained even for small maximum displacements. In this case the ductility factor is meaningless.

Force displacement diagrams for two prefabricated buildings are exemplified in fig. 9. The structure of the buildings is formed by 3×3 m brick masonry panels interconnected by reinforced concrete bracing.

The displacements at the top are mainly due to bending of the composite cantilever and to rotation of the foundation. Thus the plastic deformation by shear at one level contributes very little to total deformation of the structure. For the 5 story building the ductility factor takes the value 1.5 and for the 10 story building the value 1.2.



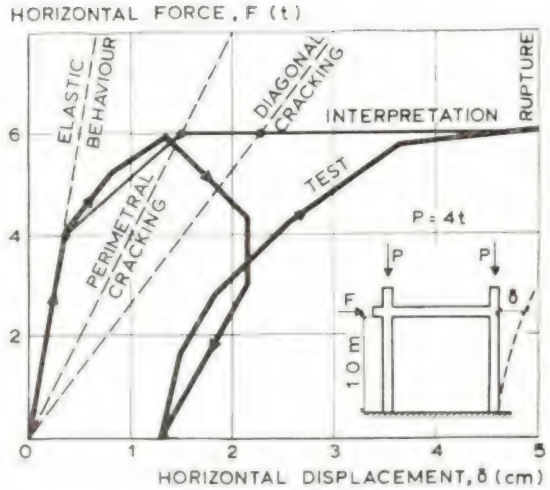


Fig. 8 — Model test of brick masonry panel with reinforced concrete bracing

10 — CONCLUSIONS

The results presented provide the following conclusions:

10.1 — For an improved definition of the seismic loading it is particularly important to define the seismicity in probabilistic terms, even using subjective probabilities. A deeper knowledge of the relation between magnitude and power spectral density of acceleration in the bed-rock and of the amplification due to the overlying soils is also of paramount importance. For the design of buildings, the principal types of idealizations of seismic loading used at present are practically equivalent.

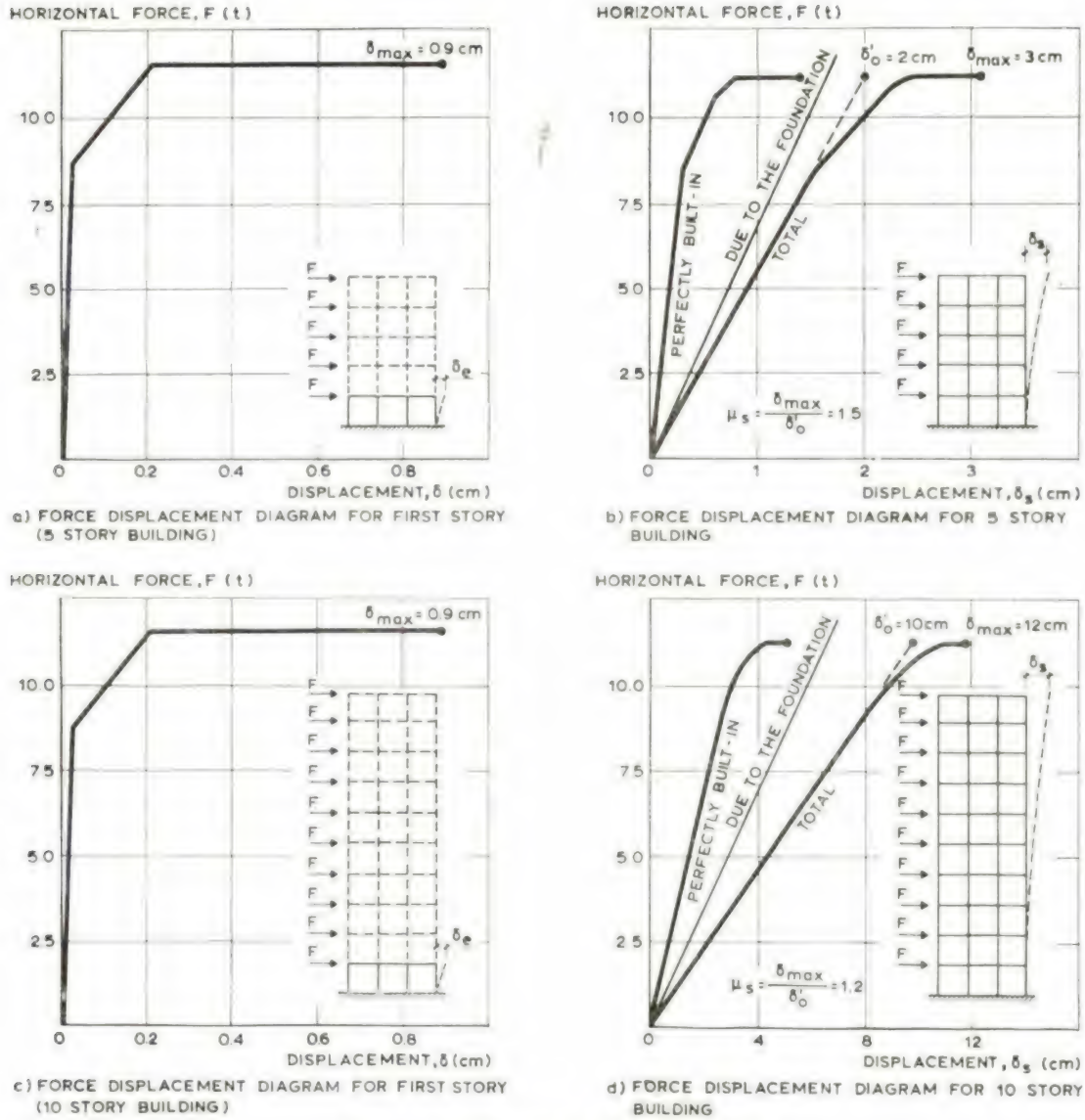
10.2 — The randomness of seismic loading exceeds all the other sources of randomness. This fact simplifies the problem, as the safety conditions can be established by comparing mean maximum values of the response with mean values of the ultimate displacements. Analytical and experimental methods at present available allow the accurate determination of the response of the structure. On the other hand the information at present available concerning allowable ultimate displacements is still very scarce.

10.3 — The simplified expressions derived show that seismic factors are inversely proportional to the ductility factors. Thus the correct definition of ductility factors both for traditional and prefabricated structures is of foremost importance.

10.4 — An increasse of the number of stories corresponds to a decrease in the natural frequency and also to a decrease in the overall ductility. This explains why in a first approach, for the usual range of variation of the number of stories, it is not justifiable to vary the seismic factors by much. The interpretation of the damage undergone by buildings during the 1960 Agadir [21] and the 1967 Caracas [14] earthquake confirms this assertion.

10.5 — Although for usual cases simplified design rules are adequate, it cannot be forgotten that these rules can only be improved by special studies. For important structures and particularly for tall buildings specific dynamic analysis or model tests lead to significant benefits in safety and in economy.

10.6 — For improving seismic design the following themes of research are considered among



a) FORCE DISPLACEMENT DIAGRAM FOR FIRST STORY (5 STORY BUILDING)

b) FORCE DISPLACEMENT DIAGRAM FOR 5 STORY BUILDING

c) FORCE DISPLACEMENT DIAGRAM FOR FIRST STORY (10 STORY BUILDING)

d) FORCE DISPLACEMENT DIAGRAM FOR 10 STORY BUILDING

Fig. 9 — Behaviour of panel structures

the most promising: definition of seismic loading in order to estimate the probability of exceeding given seismic intensities; systematic dynamic analysis of mutidegree of freedom systems to establish the influence of the main typical parameters on the mean maximum displacements; studies on the principal types of elements and structures to determine their allowable ultimate displacements and ductilities; and observation of the behaviour of structures during earthquakes including interpretation of the damage as a function of the actual characteristics of the structures.

BIBLIOGRAPHY

1 — GRANDALL, S. H. — *Random Vibration.* Massachussets Institute of Technology, Boston, 1958.

2 — PEREIRA, Jérvis — *Behaviour of an Elasto-Plastic Oscilator Acted by Random Vibration.* III World Conference on Earthquarke Engineering, New Zealand, 1965.

3 — BORGES, J. Ferry — *Seismic Design Criteria for, Reinforced Concrete Buildings.* III World Conference on Earthquake Engineering, New Zealand, 1965.

4 — BYCROFT, G. N. — White Noise Representation of Earthquakes. A. S. C. E., *Journal of the Engineering Mechanics Division*, April, 1960.

5 — BLUME, J. A., NEWMARK, N. M., CORNING, L. H. — *Design of Multistory Reinforced Concrete Buildings for Earthquake Motions*, Portland Cement Association, Chicago, 1961.

6 — JENNINGS, P. C., HOUSNER, G. W., and TSAI, N. C. — *Simulated Earthquake Motions, California* Institute of Technology, Pasadena, April, 1968.

7 — BORGES, J. Ferry, and OLIVEIRA, E. Arantes — Non-linear Analysis of Reinforced Concrete Struc-

tures. *Publications*, International Association for Bridge and Structural Engineering, vol. 23, 1963.

8 — BORGES, J. Ferry, LIMA, J., COELHO, A. T., and MONTEIRO, V. — Analytical Results Concerning the Non-linear Behaviour of Reinforced Concrete Structures. *Memória* n.º 294, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisbon, 1967.

9 — TRIGO, J. T. — Estruturas de Painéis sob a Acção de Solicitações Horizontais. *Tese*, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa, Junho 1968.

10 — BORGES, J. Ferry — Statistical Estimate of Seismic Loading. *Preliminary Publication*, V Congress of the International Association for Bridge and Structural Engineering, Lisbon, 1956.

11 — BORGES, J. Ferry — Structural Behaviour and Safety Criteria. *Preliminary Publication*, VII Congress of the International Association for Bridge and Structural Engineering, Rio de Janeiro, 1964.

12 — GRANDORI, G. — *Theory of Earthquake Engineering*. International Center of Earthquake Engineering «Arturo Danuso», Milano, 1967.

13 — HOUSNER, G. W. — *Intensity of Earthquake Ground Shaking Near a Causative Fault*. III World Conference on Earthquake Engineering, New Zealand, 1965.

14 — BORGES, J. Ferry, GRASES, J., and RAVARA, A. — *Behaviour of Tall Buildings during the Caracas Earthquake of 1967*. IV World Conference on Earthquake Engineering, Santiago do Chile, 1969.

15 — BENJAMIN, J. R. — Probabilistic Models for Seismic Force Design. *Proceedings*, American Society for Civil Engineers, *Journal of the Structural Division*, May, 1968.

16 — RAVARA, A. P. — Comportamento de Estruturas de Betão Armado sob a Acção dos Sismos. *Tese*, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa Abril de 1968.

17 — CLOUGH, R W., and BENUSKA, K. L. — Non-linear Earthquake Behaviour of Tall Buildings. A. S. C. E., *Journal of the Engineering Mechanics Division*, June 1967.

18 — SERAC, — *Non linear Response Analysis of Tall Buildings to Strong Earthquake and its Application to Dynamic Design*. Strong Earthquake Response Analysis Committee, Tokyo, 1962 to 1966.

19 — BORGES, J. Ferry, PEREIRA, J., e RAVARA, A. — *Curso de Engenharia Sísmica*. Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa, Março, 1967.

20 — BORGES, J. Ferry, RAVARA, A. — Structural Behaviour of Panel Structures under Earthquake Actions. *RILEM International Symposium on the «Effects of Repeated Loading of Materials and Structures»* Mexico, 1966.

21 — BORGES, J. Ferry, and COSTA, J. M. — *Estudo do Comportamento das Construções quando do Sismo de Agadir*. Reunião de Engenharia Sísmica, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa 1961.

CONSTRUÇÕES TÉCNICAS, LDA.

PRAÇA DO MUNICÍPIO, 13-3º TELEF. 366506 LISBOA 2 • DELEGAÇÕES: CABO VERDE · ANGOLA · MOÇAMBIQUE

INDÚSTRIA NACIONAL DE PAPEL - INAPA — Setúbal (Mitrena) — Instalações para a grande máquina de papel.

PROSPECÇÃO GEOTÉCNICA
OBRAS MARÍTIMAS E PORTUÁRIAS
SILOS E CHAMINÉS
FUNDAÇÕES ESPECIAIS
PONTES E VIADUTOS
CONSTRUÇÕES INDUSTRIAIS

MIRA - 35000

CABINDA GULF OIL COMPANY — Malembo (Enclave de Cabinda) — Ponte-cais e cortina de abrigo (estruturas metálicas); fundações diversas para 5 reservatórios, oleodutos, etc.

CONSTRUÇÕES TÉCNICAS, LDA.

PROSPECÇÃO GEOTÉCNICA
OBRAS MARÍTIMAS E PORTUÁRIAS
SILOS E CHAMINÉS
FUNDAÇÕES ESPECIAIS
PONTES E VIADUTOS
CONSTRUÇÕES INDUSTRIAIS

C. D. U. 621.317.733.2 : 025

NOTA SOBRE A PONTE DE WHEATSTONE EM CORRENTE ALTERNADA

Por ASSIS F. MARTINS*
Eng.º Electrotécnico, IST

RESUMO

Com base num resultado devido a Fellgett, deduzem-se de modo muito simples e por duas novas vias, as relações de Carvallo-Ogawa para as pontes de Wheatstone em corrente alternada.

SYNOPSIS

Based on a result due to Fellgett, two new and easy derivations of Carvallo-Ogawa formulas for the Wheatstone type bridges are presented.

This work has a rather pedagogical interest.

1 — INTRODUÇÃO

Embora os resultados finais que se deduzem na presente nota sejam conhecidos dos especialistas, a maneira de os obter é nova e extremamente simples, o que lhe confere um carácter pedagógico importante.

O circuito da fig. 1 representa qualquer ponte do tipo de Wheatstone. Admite-se que as impedâncias entre cada dois nós podem ser representadas pelos elementos Z_k ($k = 1, 2, \ldots 6$), lineares e independentes entre si e das correntes i_α, e que não há substâncias ferromagnéticas. A f. e. m. inserta no circuito é periódica, harmónica e insensível ao que se passa nele e no exterior. O regime é quase-estacionário.

Nestas condições escreveremos, em notação simbólica, $u_1 = U_1 \exp(j\omega t)$ com $U_1 = |U_1| \exp(j\phi)$ e $\phi =$ constante. Semelhantemente $i_\alpha = I_\alpha \exp(j\omega t)$ e $Z_k = |Z_k| \exp(j\theta_k)$.

Estabelecendo as equações de Kirchhoff para três malhas independentes do circuito, obtém-se um sistema que em notação matricial se pode escrever

$$\mathbf{U} = \mathbf{Z}\mathbf{I} \tag{1}$$

onde $\mathbf{U} \equiv \{U_1\ 0\ 0\}$, $\mathbf{I} \equiv \{I_1\ I_2\ I_3\}$ e $\mathbf{Z}$ é a matriz da transformação linear que nos permite passar dos I_α para os U_α. Por razões físicas evidentes, podemos também escrever $\mathbf{I} = \mathbf{A}\mathbf{U}$, e portanto $\mathbf{U} = \mathbf{Z}\mathbf{A}\mathbf{U}$, donde se conclui que $\mathbf{A} = \mathbf{Z}^{-1}$. A matriz $\mathbf{Z}$ (matriz impedância) admite inversa e por consequência $\det \mathbf{Z} \neq 0$.

Da equação (1) sai imediatamente o valor da corrente no ramo BD (ramo do detector), que é

$$I_3 = \frac{\Delta_{13}}{\Delta} U_1 \tag{2}$$

onde $\Delta \equiv \det \mathbf{Z}$ e Δ_{13} é o complemento algébrico do elemento da linha 1 e da coluna 3 de Δ. Diz-se que a ponte está em equilíbrio quando a corrente no ramo do detector é nula, ou seja, atendendo a (2), quando $\Delta_{13} = 0$. Segue-se que $Z_1 Z_3 - Z_2 Z_4 = 0$ e esta igualdade pode ainda escrever-se

$$\begin{vmatrix} Z_1 & Z_2 \\ Z_4 & Z_3 \end{vmatrix} = 0 \tag{3}$$

Isto significa que a condição de equilíbrio de qualquer ponte do tipo de Wheatstone se pode obter anulando o determinante da matriz formada pelas impedâncias dos ramos principais da ponte, dispondo-as nas posições relativas que ocupam no circuito.

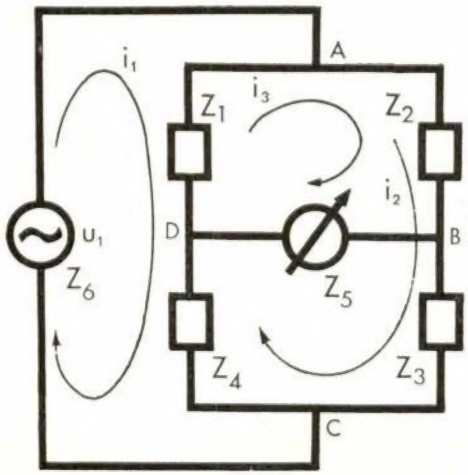


Fig. 1

* Endereço actual: Laboratoire de Résonance Magnétique, Centre d'Etudes Nucléaires de Grenoble, 38-Grenoble, France.

Sendo Z_A, Z_B e Z_C impedâncias tais que $Z_1 Z_B - Z_A Z_4 = 0$, $Z_1 Z_3 - Z_A Z_C = 0$, e mantendo-se a condição (3), é facil verificar [1] que

$$\begin{vmatrix} Z_1 & Z_2 + Z_A \\ Z_4 & Z_3 + Z_B \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} Z_1 & Z_2 \parallel Z_A \\ Z_4 & Z_3 \parallel Z_B \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{e} \begin{vmatrix} Z_1 & Z_2 \parallel Z_A \\ Z_4 + Z_C & Z_3 \end{vmatrix} = 0, \tag{4}$$

onde $Z_i \parallel Z_k = Z_i Z_k/(Z_i + Z_k)$. Portanto a condição de equilíbrio de uma ponte do tipo de Wheatstone não se altera se juntarmos a dois dos seus ramos impedâncias que formem com os outros dois uma ponte equilibrada. As novas impedâncias ligam-se as duas em série ou paralelo em ramos adjacentes e uma em série e a outra em parelelo (com as impedâncias já existentes, bem entendido) se os ramos escolhidos forem opostos.

2 — RELAÇÕES DE CARVALLO-OGAWA

As montagens práticas das pontes do tipo de Wheatstone não podem ser reduzidas ao circuito simples da fig. 1. É preciso ter em conta as capacidades parasitas distribuídas entre os ramos da ponte e a terra [2]. A condição de equilíbrio (3) deixa de ser válida, sendo necessário considerar fórmulas mais gerais que deduziremos a seguir.

Admitamos que é possível representar essas capacidades distribuídas por elementos concentrados ligados entre os quatro nós da ponte e a terra [3]. Sejam $Z_A, \ldots Z_D$ as impedâncias respectivas (ou estas associadas a outras voluntàriamente introduzidas). Usando a transformação de Rosen (4), podemos substituir no cálculo estes valores pelos de seis outras impedâncias

$$Z_{xy} = Z_x Z_y A_p \qquad (x,y = A, \ldots D), \tag{5}$$

onde $A_p = \sum_{x=A}^{D}{}' \, 1/Z_x$, colocadas entre nós como se indica na fig. 2 (onde também estão representados os Z_x). Nestas condições, o equilíbrio da ponte não depende das impedâncias Z_{AC} e Z_{BD}, porque estão em paralelo com Z_6 e Z_5 e estas [5] não entram em [3]. E também não será alterado pelos valores das impedâncias em paralelo com os braços da ponte desde que cada par adjacente destas esteja em equilíbrio com os dois ramos opostos da ponte, de acordo com (4). Podemos então escrever imediatamente $Z_1 Z_{BC} - Z_2 Z_{CD} = 0$ e $Z_2 Z_{CD} - Z_5 Z_{DA} = 0$ (ou outras duas igualdades equivalentes), donde, atendendo a (3) e (5),

$$\begin{cases} \dfrac{Z_1}{Z_2} = \dfrac{Z_4}{Z_3} = \dfrac{Z_D}{Z_B} \\[2ex] \dfrac{Z_1}{Z_4} = \dfrac{Z_2}{Z_3} = \dfrac{Z_A}{Z_C} \end{cases} \tag{6}$$

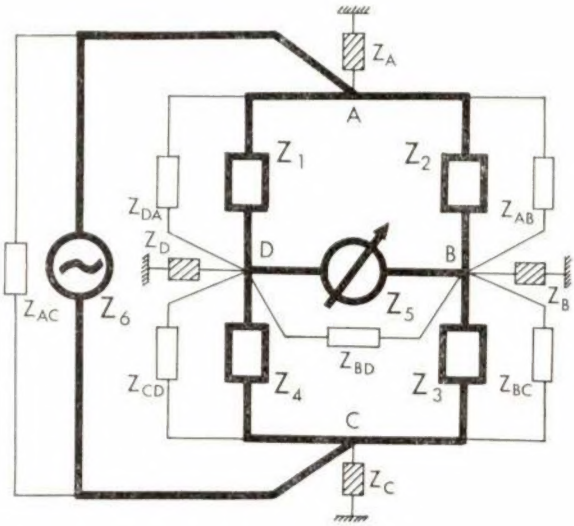


Fig. 2

Podemos obter este resultado de uma maneira ainda mais simples. Consideremos a ponte *no equilíbrio*. As relações (3) e (4) estabelecem a igualdade dos potenciais instantâneos nos pontos B e D, mas são independentes do seu valor absoluto. Também não obrigam a que o potencial no ponto C, por exemplo, tenha um valor determinado; elas continuam válidas, por isso, mesmo que o nó C esteja ligado à terra através de um condutor perfeito ou por meio de uma impedância qualquer Z_C. É portanto indiferente, *para o equilíbrio da ponte*, que as impedâncias Z_B, Z_D estejam ligadas entre os pontos B, D e a terra ou entre estes e o ponto C. Podemos então escrever, estando a ponte equilibrada, $Z_1 Z_B - Z_2 Z_D = 0$, atendendo a (4). Aplicando o mesmo raciocínio ao nó B acha-se $Z_1 Z_C - Z_4 Z_A = 0$. Juntando estes dois resultados à condição (3) obtém-se (6).

As equações (6) foram obtidas, em conjunto, primeiramente por Carvallo [6], embora de

forma algo rudimentar que não estabelecia a sua interdependência. A segunda daquelas condições é a que se deduz do dispositivo de Wagner [7]. É a Ogawa [8,8a], porém, que se deve a primeira teoria geral das pontes do tipo de Wheatstone.

O objectivo desta nota não é discutir completamente os efeitos das fugas de corrente dos ramos das pontes em consideração. Queremos no entanto notar, de passagem, que um ajuste das impedâncias Z_x (que se consegue na prática juntando às capacidades parasitas, de modo conveniente, outros elementos reguláveis) tal que se verfiquem as equações (6), e portanto (2), não elimina necessàriamente todos os efeitos parasitas. O detector pode ainda indicar uma corrente não nula, resultante do efeito do observador. Mas a condição de «equilíbrio» não será alterada.

O método de Carvallo foi aperfeiçoado mais tarde [9]. Depois ainda, outros autores chegaram às equações (6) por processos distintos dos apresentados aqui.

*

Esta nota foi essencialmente elaborada no Laboratório da C. N. E. (Sacavém) durante um estágio ali feito em Setembro de 1967, para o aproveitamento do qual muito contribuiu o apoio dispensado pelos Eng.os F. Guerra e A. Vaz. A crítica feita ao presente trabalho pelo Eng.º G. V. Monteiro da Silva foi devidamente apreciada. O autor é actualmente bolseiro do Instituto de Alta Cultura.

REFERÊNCIAS

[1] — P. B. FELLGETT, J. Sci. Instr. **28** (1951) 316

[2] — Desprezamos as perdas por condução para a terra, as ligações magnéticas com o exterior e as admitâncias distribuídas entre os ramos da ponte, o que supõe certas precauções práticas.

[3] — Isto é uma boa aproximação quando os ramos da ponte são formados por elementos simples, blindados ou não. Quando um ramo for constituído por impedâncias em série, a hipótese é válida se existir uma blindagem convenientemente estudada.

[4] — A. ROSEN, J. of the IEE **62** (1924) 916

[5] — Quando se considera a existência de fugas de corrente nos ramos da ponte, há que precisar a definição das respectivas impedâncias, pois a intensidade da corrente varia ao longo de cada ramo. Tomamos aqui para impedância de cada ramo da ponte o quociente da tensão no ramo pela corrente que existe no troço elementar que o liga ao nó do detector.

[6] — J. CARVALLO, Rév. Gén. de l'Electricité **17** (1925) 337

[7] — K. W. WAGNER, Elekt. Zeits. **32** (1911) 1001. Veja também *ibid* **38** (1912) 635

[8] — K. OGAWA, Res. Electrot. Lab. Ministry of Communic. (Tóquio) **254** (1929) 1

[8a] — K. OGAWA, *ibid* **277** (1930) 1

[9] — M. ROMANOWSKI, G. LECLERC, Rév Gén. de l'Electricité **56** (1947) 129

C. D. U. 621.311.5/91

ELEMENTOS SOBRE A PRODUÇÃO E O CONSUMO DE ENERGIA NA REDE ELÉCTRICA NACIONAL (*)

SETEMBRO

— Breve nota mensal

Durante o mês de Setembro verificaram-se precipitações de alguma importância, as quais se concentraram, sobretudo, na segunda década do mês.

As afluências ao conjunto do sistema hidróeléctrico, situaram-se bastante acima da média, vindo a totalizar cerca de 262 GWh, valor a que corresponde um coeficiente de produtibilidade hidroeléctrica de 1,45 e tem uma probabilidade de ser excedido da ordem dos 7 %.

II — Elementos gerais (GWh)

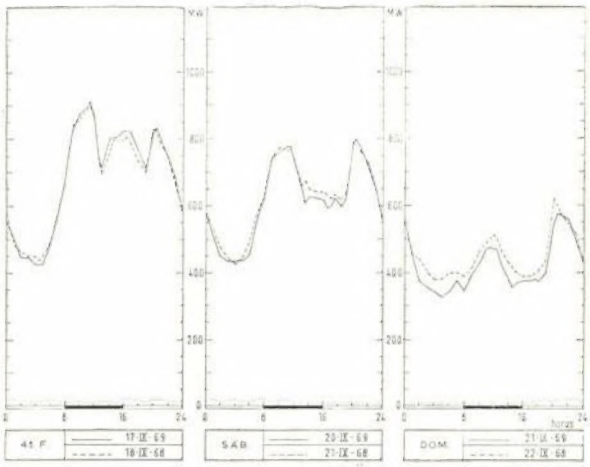
	a) Mensais		Variação
	1968	1969	%
Produção hidráulica (P_h)	336,7	470,7	+ 40
Produção térmica (P_t)	117,6	0,0	—100
Produção total (P_T)	454,3	470,7	+ 4
Energia recebida de empresas não pertencentes ao RNC (E_r)	0,4	0,4	0
Exportações (Ex)	2,1	4,3	+105
Importações (I)	3,8	1,4	— 63
Saldo importador (S_I)	+ 1,7	—2,9	—271
Cons. em bomb. hidroelé. C_b) (1)	0,0	0,0	0
Produção para consumos perman. (P_{cp})	416,6	458,2	(1) +10,0
Produção para consumos não perman. (P_{cnp})	39,8	10,0	— 75
Total	456,4	468,2	+ 3
Coeficiente de hidraulicidade	1,16	1,45	—

NOTA:

(1) O aumento percentual da produção para consumos permanentes, tendo em conta a incidência dos domingos e dias especiais é respectivamente de 9,5 e 9,0 %.

III — Diagramas de carga dos dias característicos

			4.ª feira:	
			1968	1969
Produção hidráulica		(P) MWh	12 437	16 865
Produção térmica		(P_t) MWh	4 160	0
Produção total		(P_T) MWh	16 597	16 865
Trocas com Espanha	Export.	(Ex) MWh	60	140
	Import.	(I) MWh	130	70
Cons. em bomb. hidroel.		(C_b) MWh	0	0
Prod. p.ª cons. perm.		(P_{cp}) MWh	15 056	16 427
Prod. p.ª cons. não perm.		(P_{cnp}) MWh	1 611	368
TOTAL		$P_T + (-Ex)$ MWh	16 667	16 795
Características dos diagramas	$P_T + (I-Ex)$	Potência máx. MW	895	914
		Potência mín. MW	438	426
		Utiliz. da ponta horas	18,6	18,4
		Factor de carga	0,78	0,77
	P_{cp}	Potência máx. MW	831	898
		Potência mín. MW	366	409
		Utiliz. da ponta horas	18,1	18,3
		Factor de carga	0,75	0,76



IV — Energia armazenada nas principais albufeiras

Albufeiras:	No fim do mês	
	GWh	% (1)
Alto Rabagão	712,2	73,2
Paradela	130,7	58,7
Venda Nova	102,4	80,0
Salamonde	25,4	92,0
Caniçada	17,4	52,6
Vilar	48,5	48,2
Cabril	192,9	56,9
Castelo do Bode	66,8	41,0
Guilhofrei	0,7	8,4
Lagoa Comprida	(2) 29,0	76,3
Santa Luzia	43,9	71,3
Pracana	7,6	58,9
Póvoa	(3) 7,5	51,0
Total { com A. Rabagão	1385,0	65,3
Total { sem A. Rabagão	672,8	58,5

NOTAS

(1) Coeficiente de enchimento em energia das albufeiras.

(2) Inclui 2,3 GWh armazenados em Vale do Rossim no início do mês e 2,3 GWh no fim do mês.

(3) Inclui 2,2 GWh armazenados no açude do Poio no início do mês e 1,7 GWh no fim do mês.

(*) *Elementos extraídos das estatísticas mensais do Repartidor Nacional de Cargas (R. N. C.). As produções e os consumos das empresas do R. N. C. representam cerca de 94 % dos totais do País.*